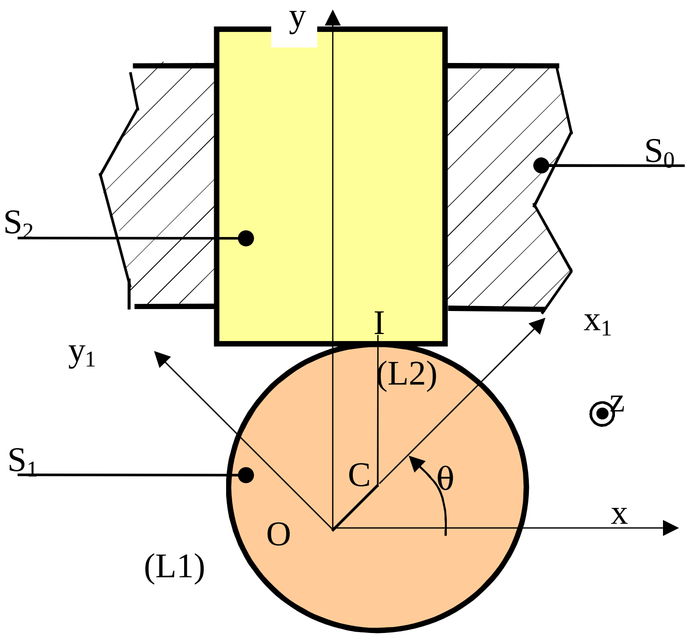
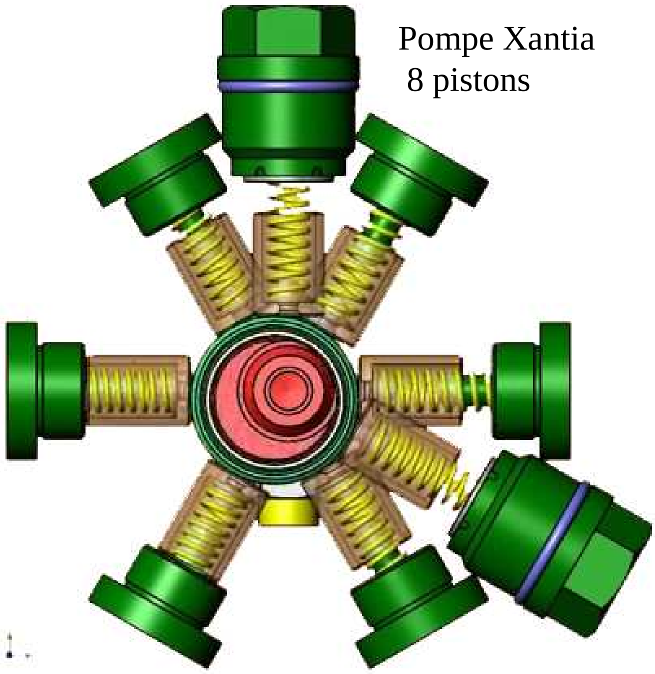
2. POMPE DE CIRCUIT HYDRAULIQUE D'AUTOMOBILE

Considérons le mécanisme transformateur de mouvement : excentrique-poussoir





Pompe Xantia
8 pistons

La modélisation adoptée pour en mener l'étude est décrite ci-dessous :

Soit $R(O; \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ un repère lié au bâti (S_0) .

L'excentrique (S_1) est assimilé à un cylindre de révolution d'axe $(C, \vec{z})$, de rayon a .

(S_1) fait l'objet d'une liaison pivot (L_1) d'axe $(O; \vec{z})$ avec (S_0).

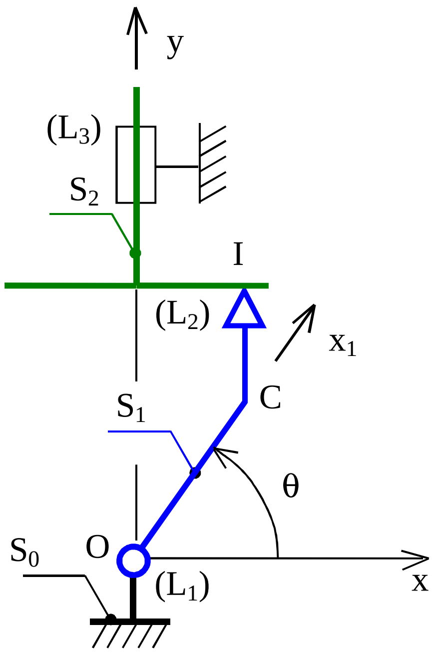
Soit R_1 $(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ un repère lié à (S_1) tel que : $\vec{y}.\overrightarrow{OC} = e\,\vec{x}_1$, $(e > 0)$.

On pose : $\theta = (\vec{x}, \vec{x}_1)$.

Le poussoir (S2) , cylindrique de révolution , fait l'objet d'une liaison pivot glissant (L3) d'axe $(O, \vec{y})$ avec (S0)

(S1) fait l'objet d'une liaison linéaire rectiligne (L2) de contact $(I, \vec{z})$ de normale $\vec{y}$ avec(S2).

Q1- Compléter le schéma cinématique



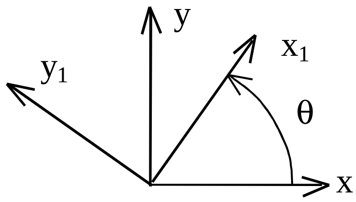
Q2- Ecrire la fermeture cinématique de la chaîne continue fermée (S0) - (S1) - (S2) - (S0) .

$$\mathcal{V}_{\substack{1/0\\(L_1)}} = {}_O\begin{Bmatrix} \gamma_1 \cdot \vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

$$\mathcal{V}_{\substack{2/1\\(L_2)}} = {}_I\begin{Bmatrix} 0 & u_2 \\ \beta_2 & 0 \\ \gamma_2 & w_2 \end{Bmatrix}_{B_0}$$

$$\mathcal{V}_{\substack{0/2\\(L_3)}} = {}_O\begin{Bmatrix} \beta_3 \cdot \vec{y} \\ v_3 \cdot \vec{y} \end{Bmatrix}$$

Calcul de $\underset{(L_2)}{\mathcal{V}_{2/1}}$ exprimé au point O.



$$\overrightarrow{\underset{(L2)}{V(O,2/1)}} = \overrightarrow{\underset{(L2)}{V(I,2/1)}} + \overrightarrow{OI} \wedge \overrightarrow{\underset{(L2)}{\Omega 2/1}} =$$

$$u_2 \cdot \vec{x} + w_2 \cdot \vec{z} + (e \cdot \vec{x}_1 + a \cdot \vec{y}) \wedge (\beta_2 \cdot \vec{y} + \gamma_2 \cdot \vec{z}) =$$

$$u_2 \cdot \vec{x} + w_2 \cdot \vec{z} + e \cdot \beta_2 \cdot \vec{x}_1 \wedge \vec{y} + e \cdot \gamma_2 \cdot \vec{x}_1 \wedge \vec{z} + a \cdot \beta_2 \cdot \vec{y} \wedge \vec{y} + a \cdot \gamma_2 \cdot \vec{y} \wedge \vec{z} =$$

$$u_2 \cdot \vec{x} + w_2 \cdot \vec{z} + e \cdot \beta_2 \cdot \cos\theta \cdot \vec{z} + e \cdot \gamma_2 \cdot (-\vec{y}_1) + a \cdot \gamma_2 \cdot \vec{x} =$$

	x_1	y_1
x	Cθ	-Sθ
y	Sθ	Cθ

En projection dans B_0 :

$$\vec{y}_1 = -\sin\theta \cdot \vec{x} + \cos\theta \cdot \vec{y}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{\underset{(L2)}{V(O,2/1)}} = \left(u_2 + e \cdot \gamma_2 \cdot \sin\theta + a \cdot \gamma_2\right) \cdot \vec{x} - e \cdot \gamma_2 \cdot \cos\theta \cdot \vec{y}$$

$$+ \left(w_2 + e \cdot \beta_2 \cdot \cos\theta\right) \cdot \vec{z}$$

Forme du système d'équations :

Nc = 7

$r_c = 5$ — **m_c = 2** (**m_u = 1**, **m_i = 1**)

1 équation « perdue »

$$\textbf{Ec = 6} \left[\begin{array}{ll} h = 1 & 0 = 0 \\ r_c = 5 & \left\{\begin{array}{l} \beta_2 + \beta_3 = 0 \\ \gamma_1 + \gamma_2 = 0 \\ (e \cdot \sin\theta + a) \cdot \gamma_2 + u_2 = 0 \\ -e \cdot \cos\theta \cdot \gamma_2 + v_3 = 0 \\ e \cdot \cos\theta \cdot \beta_2 + w_2 = 0 \end{array}\right. \end{array}\right.$$

Déterminer le degré de mobilité

Pour pouvoir résoudre, on se donne le mouvement d'entrée ⇒ γ_1 connu.

Il faut de donner une autre inconnue correspondant à une mobilité interne ⇒ β_3 connu.

$$\underset{(L_1)}{\mathcal{V}_{1/0}} = {}_O\left\{\begin{array}{c} \gamma_1 \cdot \vec{z} \\ \vec{0} \end{array}\right\} \qquad \underset{(L_2)}{\mathcal{V}_{2/1}} = {}_I\left\{\begin{array}{cc} 0 & u_2 \\ \beta_2 & 0 \\ \gamma_2 & w_2 \end{array}\right\}_{B_0} \qquad \underset{(L_3)}{\mathcal{V}_{0/2}} = {}_O\left\{\begin{array}{c} \beta_3 \cdot \vec{y} \\ v_3 \cdot \vec{y} \end{array}\right\}$$

Q4 Le degré d'hyperstatime est de 1,

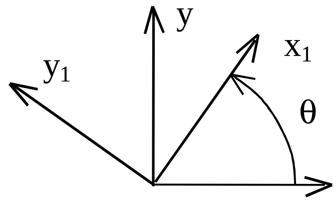
Q5 Il faudrait introduire une mobilité en rotation de direction $\vec{x}$.

Par exemple sur la liaison (L2) qui devient alors une liaison ponctuelle de normale $(I, \vec{y})$.

Q6 Exprimer les torseurs de la modélisation proposée.

$$\mathcal{T}_{\substack{0\to 1\\(L_1)}} = \left\{ \begin{array}{cc} X_1 & L_1 \\ Y_1 & M_1 \\ Z_1 & 0 \end{array} \right\}_{O\,B_0} \qquad \mathcal{T}_{\substack{1\to 2\\(L_2)}} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & L_2 \\ Y_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{I\,B_0}$$

$$\mathcal{T}_{\substack{0\to 2\\(L_3)}} = \left\{ \begin{array}{cc} X_3 & L_3 \\ 0 & 0 \\ Z_3 & N_3 \end{array} \right\}_{O\,B_0}$$



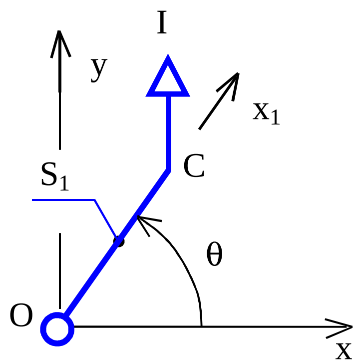
$$\overrightarrow{M_{O\,1\to 2}} = \overrightarrow{M_{I\,1\to 2}} + \overrightarrow{OI} \wedge \overrightarrow{R_{1\to 2}}$$

$$= L_2\cdot\vec{x} + (e\cdot\vec{x}_1 + a\cdot\vec{y})\wedge Y_2\cdot\vec{y} \;=\; L_2\cdot\vec{x} + e\cdot Y_2\cdot\vec{x}_1\wedge\vec{y} \;=\; L_2\cdot\vec{x} + e\cdot Y_2\cdot\cos\theta\cdot\vec{z}$$

$\Rightarrow$ Nouvelle écriture du torseur : $\mathcal{T}_{\substack{1\to 2\\(L_2)}} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & L_2 \\ Y_2 & 0 \\ 0 & e\cdot Y_2\cdot\cos\theta \end{array} \right\}_{O\,B_0}$

Q7-On isole le solide (S_1)

B.a.m.e. :



$$\mathcal{T}_{\substack{0\to 1\\(L_1)}} = \left\{ \begin{array}{cc} X_1 & L_1 \\ Y_1 & M_1 \\ Z_1 & 0 \end{array} \right\}_{O\,B_0}$$

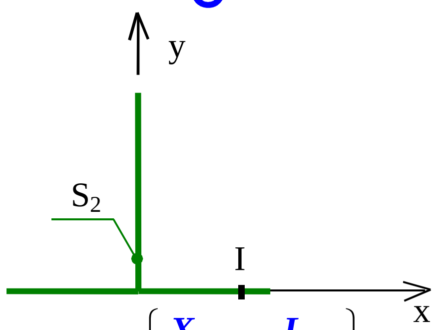
$$\mathcal{T}_{\substack{1\to 2\\(L_2)}} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & -L_2 \\ -Y_2 & 0 \\ 0 & -e\cdot Y_2\cdot\cos\theta \end{array} \right\}_{O\,B_0}$$

Avec en plus, les actions extérieures connues

<u>P.F.S</u>. Voir le système d'équations page suivante

Q8-On isole le solide (S_2)

B.a.m.e. :



$$\mathcal{T}_{\substack{1\to 2\\(L_2)}} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & L_2 \\ Y_2 & 0 \\ 0 & e\cdot Y_2\cdot\cos\theta \end{array} \right\}_{O\,B_0} \qquad \mathcal{T}_{\substack{0\to 3\\(L_3)}} = \left\{ \begin{array}{cc} X_3 & L_3 \\ 0 & 0 \\ Z_3 & N_3 \end{array} \right\}_{O\,B_0}$$

Avec en plus, les actions extérieures connues

<u>P.F.S</u>. Voir le système d'équations page suivante

Efforts extérieurs
Ils ne constituent pas des inconnues de liaison

Ns = 11 inconnues de liaisons

rs = 10   h = 1

Es =12   rs = 10

PFS appliqué à (S_1)

$$
\begin{aligned}
&X_1 &&+X_{ext} = 0\\
&Y_1 \quad -Y_2 &&+Y_{ext} = 0\\
&Z_1 &&+Z_{ext} = 0\\
&L_1 \quad -L_2 &&+L_{ext} = 0\\
&M_1 &&+M_{ext} = 0\\
&-e\cdot Y_2\cdot\cos\theta &&+N_{ext} = 0
\end{aligned}
$$

2 équations linéairement dépendantes

PFS appliqué à (S_2) $m_c = 2$

$$
\begin{aligned}
&X_3 &&+X'_{ext} = 0\\
&Y_2 &&+Y'_{ext} = 0\\
&Z_3 &&+Z'_{ext} = 0\\
&L_2 \quad +L_3 &&+L'_{ext} = 0\\
& &&+M'_{ext} = 0\\
&e\cdot Y_2\cdot\cos\theta \quad +N_3 &&+N'_{ext} = 0
\end{aligned}
$$

Equation perdue pour les inconnues de liaisons.

Q9 Y-a-t-il des équations de perdues ?
On perd deux équations $\Rightarrow$ rs = 12 – 2 $\Rightarrow$ rs = 10

Q10 Quelles équations statiques peut-on se donner pour rendre le modèle isostatique ?
On a 11 inconnues $\Rightarrow$ On se donne l'inconnue hyperstatique L_2 (ou L_1 ou L_3)
Avec $L_2 = 0$, la liaison (L_2) devient une ponctuelle de normale $(I, \vec{y})$

Q11-Exprimer les efforts du modèle isostatique
Calcul des composantes des torseurs des efforts :

Suppression de l'inconnue hyperstatique

$$\left\{ 0 \underset{(L_1)}{\rightarrow} 1 \right\} = {}_O\left\{ \begin{matrix} X_1 & L_1 \\ Y_1 & M_1 \\ Z_1 & 0 \end{matrix} \right\}_{B_0} \qquad \left\{ 1 \underset{(L_2)}{\rightarrow} 2 \right\} = {}_I\left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\}_{B_0}$$

$$\left\{ 0 \underset{(L_3)}{\rightarrow} 2 \right\} = {}_O\left\{ \begin{matrix} X_3 & L_3 \\ 0 & 0 \\ Z_3 & N_3 \end{matrix} \right\}_{B_0}$$