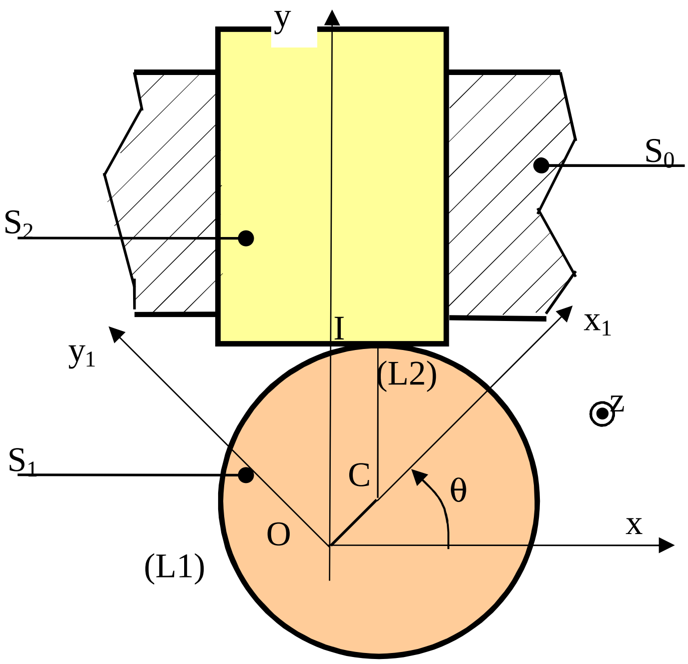
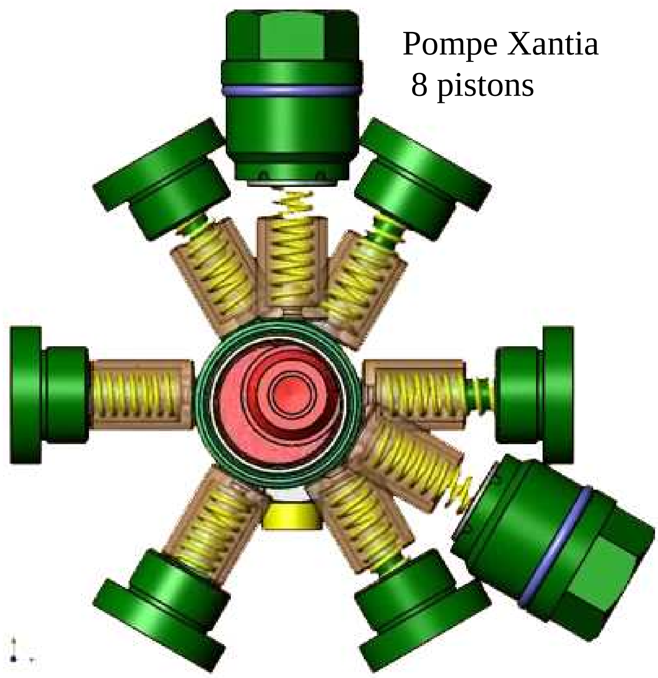
9. POMPE DE CIRCUIT HYDRAULIQUE D'AUTOMOBILE

Considérons le mécanisme transformateur de mouvement : excentrique-poussoir .





Soit $R(O; \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ un repère lié au bâti (S_0) .

L'excentrique (S_1) est assimilé à un cylindre de révolution d'axe $(C, \vec{z})$, de rayon a .

(S_1) fait l'objet d'une liaison pivot (L_1) d'axe $(O; \vec{z})$ avec (S_0).

Soit R_1 $(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ un repère lié à (S_1) tel que : $\overrightarrow{OC} = e\,\vec{x}_1$, $(e > 0)$.

On pose : $\theta = (\vec{x}, \vec{x}_1)$.

Le poussoir (S2) , cylindrique de révolution , fait l'objet d'une liaison pivot glissant (L3) d'axe $(O, \vec{y})$ avec (S0)

(S1) fait l'objet d'une liaison linéaire rectiligne (L2) de contact $(I, \vec{z})$ de normale $\vec{y}$ avec(S2).

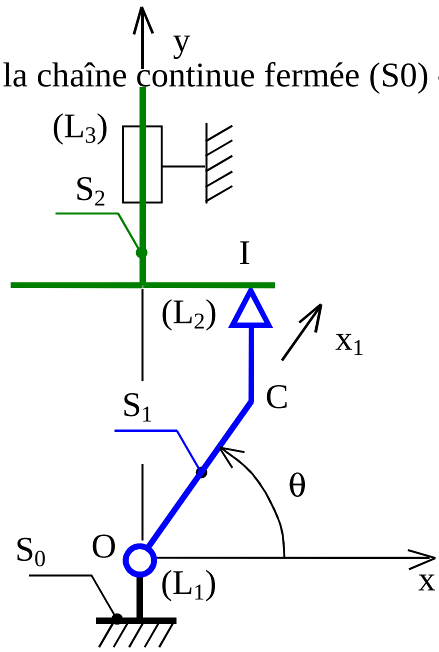
1- Compléter le schéma cinématique

2- Par une étude cinématique déterminer le degré de mobilité de la chaîne continue fermée (S0) - (S1) - (S2) - (S0) .
En déduire son degré d'hyperstatisme .

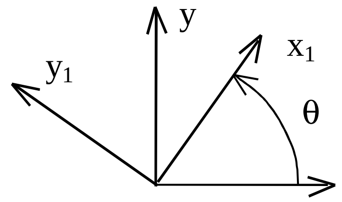
$$\left\{\mathcal{V}_{1/0}\right\}_{(L_1)} = {}_O\left\{\begin{matrix}\gamma_1 \cdot \vec{z} \\ \vec{0}\end{matrix}\right\}$$

$$\left\{\mathcal{V}_{2/1}\right\}_{(L_2)} = {}_I\left\{\begin{matrix}0 & u_2 \\ \beta_2 & 0 \\ \gamma_2 & w_2\end{matrix}\right\}_{B_0}$$

$$\left\{\mathcal{V}_{0/2}\right\}_{(L_3)} = {}_O\left\{\begin{matrix}\beta_3 \cdot \vec{y} \\ v_3 \cdot \vec{y}\end{matrix}\right\}$$



Calcul de $\left\{\mathcal{V}_{\underset{(L_2)}{2/1}}\right\}$ exprimé au point O.



$$\overrightarrow{V(O,2/1)}_{(L2)} = \overrightarrow{V(I,2/1)}_{(L2)} + \overrightarrow{OI} \wedge \overrightarrow{\Omega 2/1}_{(L2)} =$$

$$u_2 \cdot \vec{x} + w_2 \cdot \vec{z} + (e \cdot \vec{x}_1 + a \cdot \vec{y}) \wedge (\beta_2 \cdot \vec{y} + \gamma_2 \cdot \vec{z}) =$$

$$u_2 \cdot \vec{x} + w_2 \cdot \vec{z} + e \cdot \beta_2 \cdot \vec{x}_1 \wedge \vec{y} + e \cdot \gamma_2 \cdot \vec{x}_1 \wedge \vec{z} + a \cdot \beta_2 \cdot \vec{y} \wedge \vec{y} + a \cdot \gamma_2 \cdot \vec{y} \wedge \vec{z} =$$

$$u_2 \cdot \vec{x} + w_2 \cdot \vec{z} + e \cdot \beta_2 \cdot \cos\theta \cdot \vec{z} + e \cdot \gamma_2 \cdot (-\vec{y}_1) + a \cdot \gamma_2 \cdot \vec{x} =$$

	x_1	y_1
x	Cθ	-Sθ
y	Sθ	Cθ

En projection dans B_0 :

$$\vec{y}_1 = -\sin\theta \cdot \vec{x} + \cos\theta \cdot \vec{y}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{V(O,2/1)}_{(L2)} = \left(u_2 + e \cdot \gamma_2 \cdot \sin\theta + a \cdot \gamma_2\right) \cdot \vec{x} - e \cdot \gamma_2 \cdot \cos\theta \cdot \vec{y}$$

$$+ \left(w_2 + e \cdot \beta_2 \cdot \cos\theta\right) \cdot \vec{z}$$

Forme du système d'équations :

Nc = 7 ; rc = 5 ; **mc = 2** (**mu = 1**, **mi = 1**)

Ec = 6 ; h = 1 ; rc = 5

$$\begin{cases} 0 = 0 & \leftarrow \text{1 équation « perdue »} \\ \beta_2 + \beta_3 = 0 \\ \gamma_1 + \gamma_2 = 0 \\ (e \cdot \sin\theta + a) \cdot \gamma_2 + u_2 = 0 \\ -e \cdot \cos\theta \cdot \gamma_2 + v_3 = 0 \\ e \cdot \cos\theta \cdot \beta_2 + w_2 = 0 \end{cases}$$

Pour pouvoir résoudre, on se donne le mouvement d'entrée ⇒ γ_1 connu.

Il faut de donner une autre inconnue correspondant à une mobilité interne ⇒ β_3 connu.

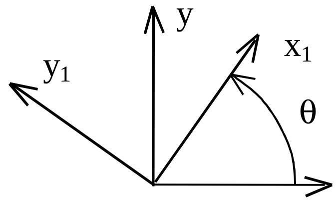
$$\left\{\mathcal{V}_{\underset{(L_1)}{1/0}}\right\} = {}_O\left\{\begin{matrix} \gamma_1 \cdot \vec{z} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\} \qquad \left\{\mathcal{V}_{\underset{(L_2)}{2/1}}\right\} = {}_I\left\{\begin{matrix} 0 & u_2 \\ \beta_2 & 0 \\ \gamma_2 & w_2 \end{matrix}\right\}_{B_0} \qquad \left\{\mathcal{V}_{\underset{(L_3)}{0/2}}\right\} = {}_O\left\{\begin{matrix} \beta_3 \cdot \vec{y} \\ v_3 \cdot \vec{y} \end{matrix}\right\}$$

Le degré d'hyperstatime est de 1, il faudrait introduire une mobilité en rotation de direction $\vec{x}$. Par exemple sur la liaison (L2) qui devient alors une liaison ponctuelle de normale $(I, \vec{y})$.

1- Par une étude statique, déterminer l'inconnue hyperstatique de la chaîne continue fermée. Proposer une solution pour rendre ce mécanisme isostatique .

$$\left\{ 0 \underset{(L_1)}{\rightarrow} 1 \right\} = {}_{O}\left\{ \begin{matrix} X_1 & L_1 \\ Y_1 & M_1 \\ Z_1 & 0 \end{matrix} \right\}_{B_0} \qquad \left\{ 1 \underset{(L_2)}{\rightarrow} 2 \right\} = {}_{I}\left\{ \begin{matrix} 0 & L_2 \\ Y_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\}_{B_0}$$

$$\left\{ 0 \underset{(L_3)}{\rightarrow} 2 \right\} = {}_{O}\left\{ \begin{matrix} X_3 & L_3 \\ 0 & 0 \\ Z_3 & N_3 \end{matrix} \right\}_{B_0}$$



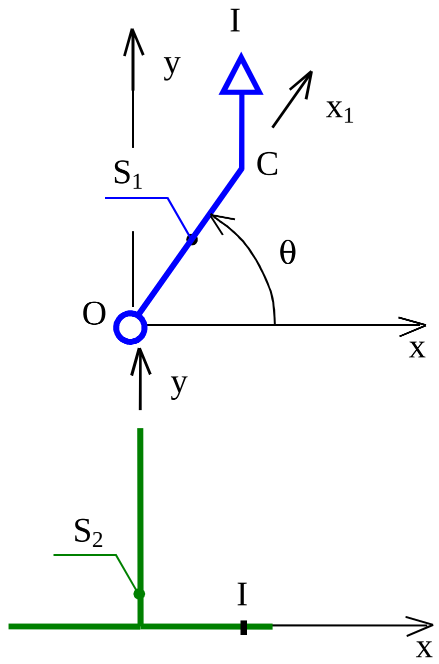
$$\overrightarrow{M_{O\,1 \to 2}} = \overrightarrow{M_{I\,1 \to 2}} + \overrightarrow{OI} \wedge \overrightarrow{R_{1 \to 2}}$$

$$= L_2 \cdot \vec{x} + (e \cdot \vec{x}_1 + a \cdot \vec{y}) \wedge Y_2 \cdot \vec{y} = L_2 \cdot \vec{x} + e \cdot Y_2 \cdot \vec{x}_1 \wedge \vec{y} = L_2 \cdot \vec{x} + e \cdot Y_2 \cdot \cos\theta \cdot \vec{z}$$

$\Rightarrow$ Nouvelle écriture du torseur : $\left\{ 1 \underset{(L_2)}{\rightarrow} 2 \right\} = {}_{O}\left\{ \begin{matrix} 0 & L_2 \\ Y_2 & 0 \\ 0 & e \cdot Y_2 \cdot \cos\theta \end{matrix} \right\}_{B_0}$

On isole le solide (S_1)

B.a.m.e. :



$$\left\{ 0 \underset{(L_1)}{\rightarrow} 1 \right\} = {}_{O}\left\{ \begin{matrix} X_1 & L_1 \\ Y_1 & M_1 \\ Z_1 & 0 \end{matrix} \right\}_{B_0}$$

$$\left\{ 2 \underset{(L_2)}{\rightarrow} 1 \right\} = {}_{O}\left\{ \begin{matrix} 0 & -L_2 \\ -Y_2 & 0 \\ 0 & -e \cdot Y_2 \cdot \cos\theta \end{matrix} \right\}_{B_0}$$

Avec en plus, les actions extérieures connues

P.F.S. Voir le système d'équations page suivante

On isole le solide (S_2)

B.a.m.e. :

$$\left\{ 1 \underset{(L_2)}{\rightarrow} 2 \right\} = {}_{O}\left\{ \begin{matrix} 0 & L_2 \\ Y_2 & 0 \\ 0 & e \cdot Y_2 \cdot \cos\theta \end{matrix} \right\}_{B_0} \qquad \left\{ 0 \underset{(L_3)}{\rightarrow} 2 \right\} = {}_{O}\left\{ \begin{matrix} X_3 & L_3 \\ 0 & 0 \\ Z_3 & N_3 \end{matrix} \right\}_{B_0}$$

Avec en plus, les actions extérieures connues

P.F.S. Voir le système d'équations page suivante

Efforts extérieurs
Ils ne constituent pas des inconnues de liaison

Ns = 11 inconnues de liaisons

rs = 10

h = 1

Es =12

PFS appliqué à (S_1) — rs = 10

$$
\begin{aligned}
&X_1 && +X_{ext} = 0\\
&Y_1 \; -Y_2 && +Y_{ext} = 0\\
&Z_1 && +Z_{ext} = 0\\
&L_1 \; -L_2 && +L_{ext} = 0\\
&M_1 && +M_{ext} = 0\\
&-e \cdot Y_2 \cdot \cos\theta && +N_{ext} = 0
\end{aligned}
$$

2 équations linéairement dépendantes

PFS appliqué à (S_2) — $m_c = 2$

$$
\begin{aligned}
&X_3 && +X'_{ext} = 0\\
&Y_2 && +Y'_{ext} = 0\\
&Z_3 && +Z'_{ext} = 0\\
&L_2 \; +L_3 && +L'_{ext} = 0\\
& && +M'_{ext} = 0\\
&e \cdot Y_2 \cdot \cos\theta \; +N_3 && +N'_{ext} = 0
\end{aligned}
$$

Equation perdue pour les inconnues de liaisons.

On perd deux équations $\Rightarrow$ rs = 12 – 2 $\Rightarrow$ rs = 10

On a 11 inconnues $\Rightarrow$ On se donne l'inconnue hyperstatique L_2 (ou L_1 ou L_3)

Avec $L_2 = 0$ la liaison (L_2) devient une ponctuelle de normale $(I, \vec{y})$

Calcul des composantes des torseurs des efforts :

$$
\left\{ 0 \underset{(L_1)}{\rightarrow} 1 \right\} = {}_O\begin{Bmatrix} X_1 & L_1 \\ Y_1 & M_1 \\ Z_1 & 0 \end{Bmatrix}_{B_0}
\qquad
\left\{ 1 \underset{(L_2)}{\rightarrow} 2 \right\} = {}_I\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B_0}
$$

Suppression de l'inconnue hyperstatique

$$
\left\{ 0 \underset{(L_3)}{\rightarrow} 2 \right\} = {}_O\begin{Bmatrix} X_3 & L_3 \\ 0 & 0 \\ Z_3 & N_3 \end{Bmatrix}_{B_0}
$$