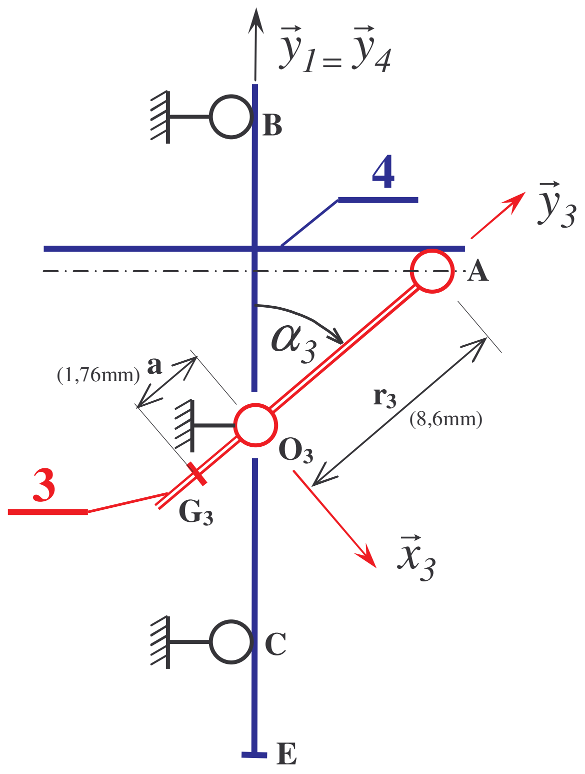
Colle info SCIE SAUTEUSE

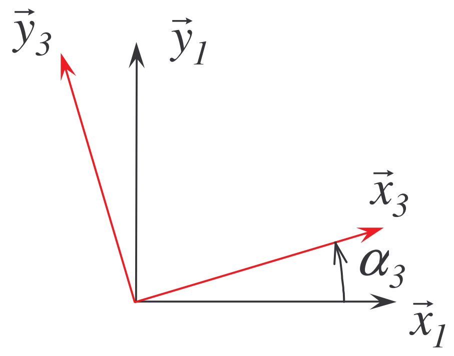
Corrigé

II ETUDE CINEMATIQUE

II-1 Schéma plan paramétré



	$\vec{x}_3$	$\vec{y}_3$
$\vec{x}_1$	$C\alpha_3$	$-S\alpha_3$
$\vec{y}_1$	$S\alpha_3$	$C\alpha_3$



Calcul des vitesses de rotation

$$\alpha'_2 = \frac{25500.2\pi}{60} = \boxed{2675{,}6\,rad.s^{-1}}$$

$$\frac{\alpha'_3}{\alpha'_2} = \frac{-r_2}{r_3} \quad \Rightarrow \quad \alpha'_3 = \frac{-2675{,}5\ .\ 2{,}42}{20{,}58} = \boxed{-314{,}6\,rad.s^{-1}}$$

La variable de sortie sera la vitesse du coulisseau par rapport au bâti.

II-2 Calcul du torseur cinématique de 3/1

$\overrightarrow{\Omega_1^3} = \alpha'_3 \vec{z}$ d'où $\boxed{\left\{V_1^3\right\} = \left\{\begin{matrix} \alpha'_3 \vec{z} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_{O_3}}$

Calcul du torseur cinématique du coulisseau 4/1

Liaison glissière de 4/0 $\Rightarrow\ \overrightarrow{\Omega_1^4} = \vec{0}$

$\overrightarrow{V(A,4/1)} = \overrightarrow{V(A,4/3)} + \overrightarrow{V(A,3/1)}$

avec
- $\overrightarrow{V(A,4/3)}$ parallèle à $\vec{x}_1$ compte tenu de la liaison ponctuelle 4/3 de normale (A, $\vec{y}_1$)
- $\overrightarrow{V(A,4/1)}$ parallèle à $\vec{y}_1$ compte tenu de la liaison glissière 4/1 de direction $\vec{y}_1$
- La liaison pivot en O_3 permet d'écrire :

$$\overrightarrow{V(A,3/1)} = \overrightarrow{\Omega_1^3}\ \Lambda\ \overrightarrow{O_3A} = \alpha_3'\vec{z}\ \Lambda\ r_3\vec{y}_3 = -\alpha_3' r_3 \vec{x}_3$$

En projetant sur $\vec{y}_1$ on obtient :

$\overrightarrow{V(A,4/1)}.\overrightarrow{y_1} = \overrightarrow{V(A,3/1)}\ .\vec{y}_1 = -\alpha_3' r_3 \vec{x}_3.\vec{y}_1 = -\alpha_3' r_3 \sin(\alpha_3)$

$\Rightarrow \overrightarrow{V(A,4/1)} = -\alpha_3' r_3 \sin\alpha_3\ .\vec{y}_1$

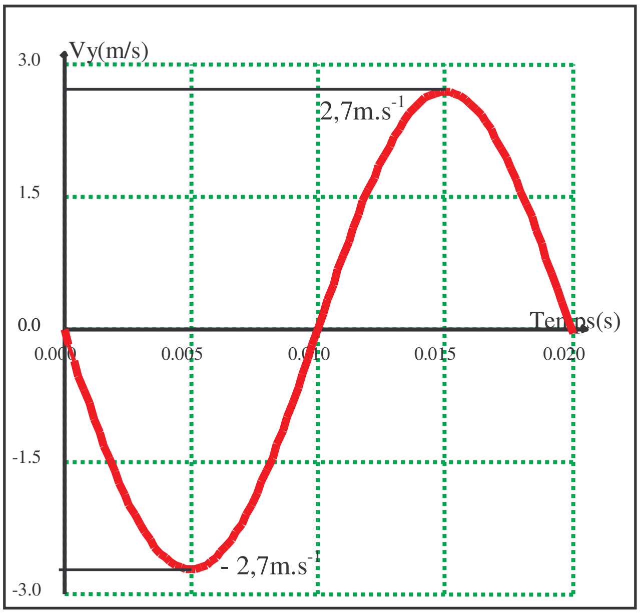
d'où $\boxed{\left\{V_1^4\right\} = \left\{\begin{matrix} \vec{0} \\ -\alpha_3' r_3 \sin\alpha_3.\vec{y}_1 \end{matrix}\right\}_{\forall\, le\ pt}}$

Application numérique :

$-\alpha_3' r_3 = -2{,}7\, m.s^{-1}$

$\Rightarrow \overrightarrow{V(A,4/1)} = -2{,}7 \sin\alpha_3\ .\vec{y}_1$

Conforme au relevé Mécaplan ci-contre.



Accélération avec $\alpha_3' = Cste$

$\overrightarrow{\Gamma(A,4/1)} = \dfrac{d(\overrightarrow{V(A,4/1)})}{dt/B_1}$

$= \dfrac{d[-\alpha_3' r_3 \sin\alpha_3.\vec{y}_1\ ]}{dt/B_1} = -\alpha_3'^2 r_3 \cos\alpha_3.\vec{y}_1$

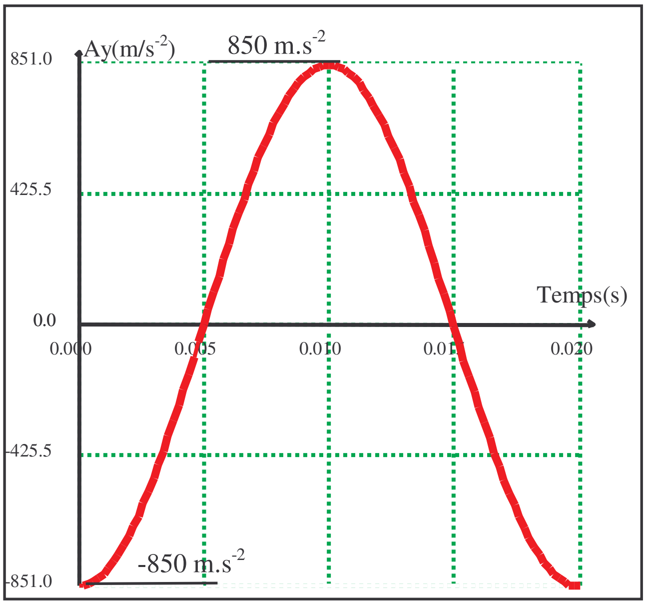
$\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{\Gamma(A,4/1)} = -\alpha_3'^2 r_3 \cos\alpha_3.\vec{y}_1}$

Application numérique :

$\alpha_3'^2 r_3 = 314^2.8{,}6 = 849370\ mm.s^{-2}$

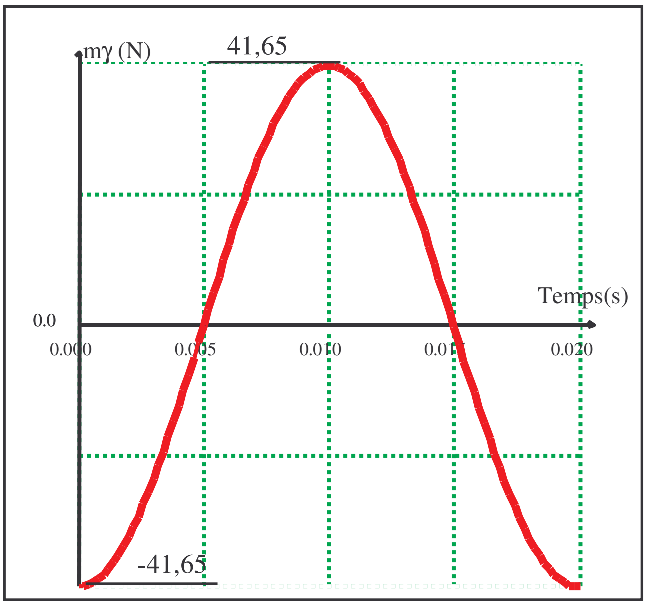
$Soit\ \ \alpha_3'^2 r_3 = 850\, m.s^{-2}$

$\boxed{\overrightarrow{\Gamma(A,4/1)} = -850\ \cos\alpha_3.\vec{y}_1}$



Conforme au relevé Mécaplan ci-contre

II-2 Evolution du produit « mγ »



On en déduit la courbe

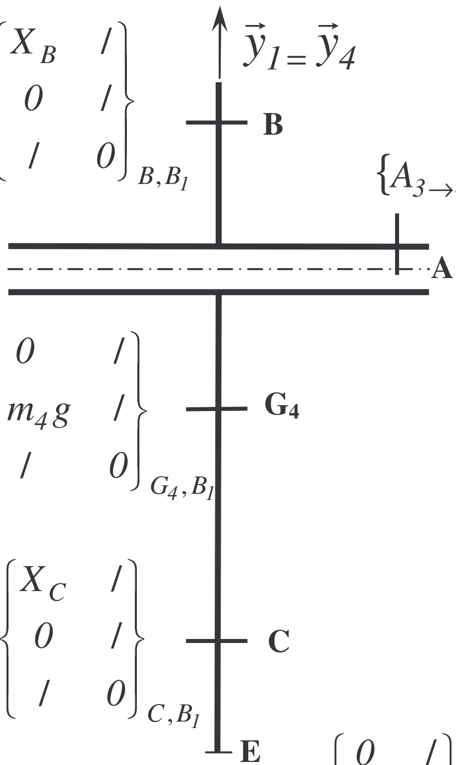
$m\gamma = -850\ .0{,}049\ \cos\alpha_3$

$m\gamma = -41{,}65\ \cos\alpha_3$

II ETUDE DYNAMIQUE

III-1 ↳ On isole le coulisseau-lame (4).

↳ **Bilan des a.m. extérieures**



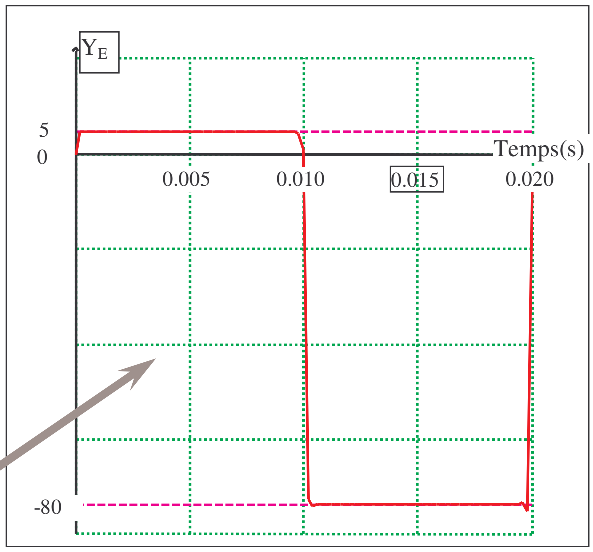
$$\{B_{1\to4}\} = \begin{Bmatrix} X_B & / \\ 0 & / \\ / & 0 \end{Bmatrix}_{B,B_1}$$

$$\{A_{3\to4}\} = \begin{Bmatrix} 0 & / \\ Y_A & / \\ / & 0 \end{Bmatrix}_{A,B_1}$$

$$\{Poids \to 4\} = \begin{Bmatrix} 0 & / \\ -m_4 g & / \\ / & 0 \end{Bmatrix}_{G_4,B_1}$$

$$\{C_{1\to4}\} = \begin{Bmatrix} X_C & / \\ 0 & / \\ / & 0 \end{Bmatrix}_{C,B_1}$$

$$\{E_{Pièce\to4}\} = \begin{Bmatrix} 0 & / \\ Y_E & / \\ / & 0 \end{Bmatrix}_{E,B_1}$$



↳ **P.F.D.**

Théorème de la résultante dynamique :

$X_B + X_C = 0$

$Y_A + Y_E - m_4 g = -m_4.\alpha_3'^2 r_3 \cos\alpha_3$

d'où $\boxed{Y_A = -Y_E + m_4 g - m_4.\alpha_3'^2 r_3 \cos\alpha_3}$

➷ **Application numérique :**

$$Y_A = -Y_E + 0{,}5 - 41{,}6 \cos \alpha_3$$

Cas de la descente

$$Y_A = -5 + 0{,}5 - 41{,}6 \cos \alpha_3$$

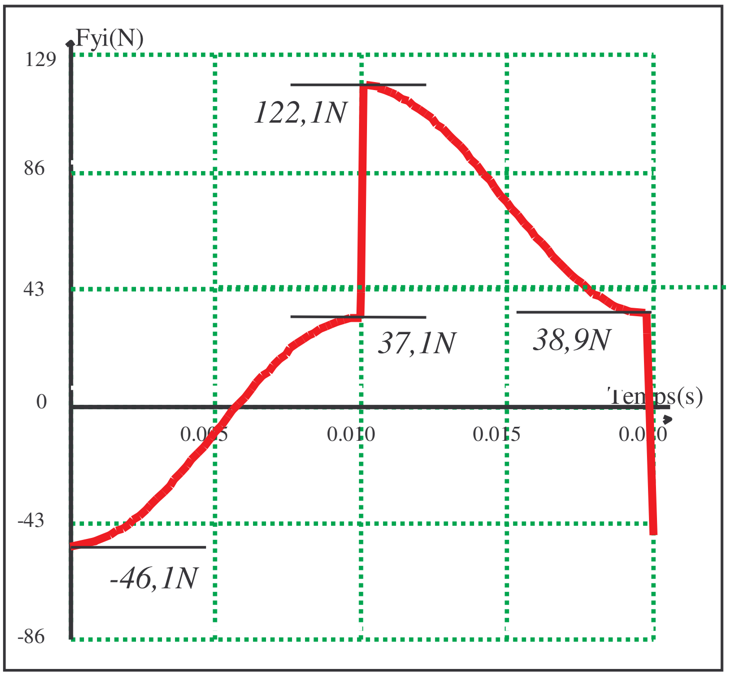
t	0		$10\,ms$
α_3	0	$-\pi/2$	$-\pi$
Y_A	$-46{,}1N$	$-4{,}5N$	$37{,}1N$

Cas de la montée :

$$Y_A = 80 + 0{,}5 - 41{,}6 \cos \alpha_3$$

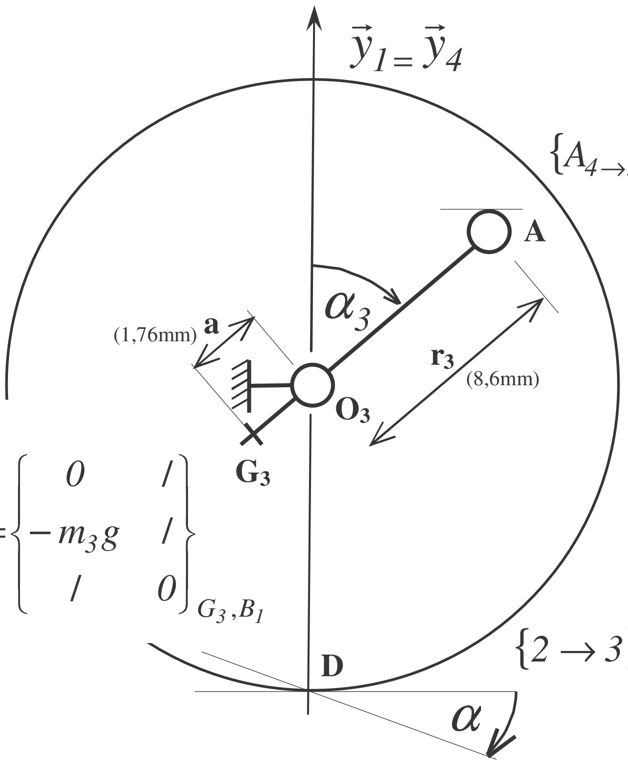
t	$10\,ms$		$20\,ms$
α_3	$-\pi$	$-3\pi/2$	-2π
Y_A	$122{,}1N$	$80{,}5N$	$38{,}9N$

Conforme au relevé Mécaplan ci-contre



III-2 ➷ **<u>On isole la roue (3).</u>**

➷ **Bilan des a.m. extérieures**



$$\{A_{4\to3}\} = \begin{Bmatrix} 0 & / \\ -Y_A & / \\ / & 0 \end{Bmatrix}_{A,B_1}$$

$$\{1\to3\} = \begin{Bmatrix} X_{O_3} & / \\ Y_{O_3} & / \\ / & 0 \end{Bmatrix}_{O_3,B_1}$$

$$\{Poids\to3\} = \begin{Bmatrix} 0 & / \\ -m_3 g & / \\ / & 0 \end{Bmatrix}_{G_3,B_1}$$

$$\{2\to3\} = \begin{Bmatrix} X_D & / \\ Y_D & / \\ / & 0 \end{Bmatrix}_{D,B_1} \quad avec \ \frac{Y_D}{X_D} = -\tan\alpha$$

On exprime les torseurs des actions extérieures en O_3

$$\overrightarrow{M_{O_3} 4\to3} = \overrightarrow{O_3A} \wedge \overrightarrow{R4\to3} = r_3\vec{y}_3 \wedge (-Y_A)\vec{y}_1 = r_3 Y_A \sin\alpha_3\,\vec{z}$$

$$\overrightarrow{M_{O_3} 2\to3} = \overrightarrow{O_3D} \wedge \overrightarrow{R2\to3} = -R_3\vec{y}_1 \wedge (X_D\vec{x}_1 + Y_D\vec{y}_1) = R_3 X_D\,\vec{z}$$

Le moment du poids en O_3 est négligeable.

Calcul du torseur dynamique :

Résultante dynamique

$$\overrightarrow{\Gamma(G_3,3/1)} = \frac{d(\overrightarrow{V(G_3,3/1)})}{dt/B_1} = a\alpha_3' \frac{d(\vec{x}_3)}{dt/B_1} = a\alpha_3' \, (\alpha_3' \, \vec{z} \Lambda \vec{x}_3) = a\alpha_3'^2 \vec{y}_3$$

$$\overrightarrow{R_d(G_3,3/1)} = m_3 \overrightarrow{\Gamma(G_3,3/1)} = m_3 a\alpha_3'^2 \vec{y}_3 \qquad \boxed{\overrightarrow{R_d(G_3,3/1)} = m_3 a\alpha_3'^2 \vec{y}_3}$$

Moment dynamique en O_3:

$$\overrightarrow{\sigma(G_3,3/1)} = \begin{pmatrix} / & / & / \\ / & / & / \\ / & / & I_{G_3z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} / \\ / \\ \alpha_3' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} / \\ / \\ \alpha_3' I_{G_3z} \end{pmatrix}_{B_1} \quad \text{avec } \alpha_3' = Cste$$

$$\overrightarrow{\delta(G_3,3/1)} \, . \, \vec{z} = \frac{d(\overrightarrow{\sigma(G_3,3/1)})}{dt/B_1} . \vec{z} = \frac{d(\overrightarrow{\sigma(G_3,3/1)} \, . \vec{z})}{dt} - \overrightarrow{\sigma(G_3,3/1)} . \frac{d(\vec{z})}{dt/B_1} . \vec{z} = \frac{d(\alpha_3' I_{G_3z})}{dt} = 0$$

$$\overrightarrow{\delta(O_3,3/1)} \, . \vec{z} = \left[\overrightarrow{O_3G_3} \, \Lambda m_3 \overrightarrow{\Gamma(G_3,3/1)} \right] . \vec{z} = [-a\vec{y}_3 \, \Lambda m_3 a\alpha_3'^2 \vec{y}_3] \, . \vec{z} = 0$$

$$\boxed{\overrightarrow{\delta(O_3,3/1)} \, . \vec{z} = 0}$$

P.F.D.

Théorème du moment dynamique sur $\vec{z}$: $r_3 Y_A \sin\alpha_3 + R_3 X_D = 0$

$$\Rightarrow \boxed{X_D = \frac{-r_3 Y_A \sin\alpha_3}{R_3} = \frac{-r_3 \sin\alpha_3(-Y_E + m_4 g - m_4.\alpha_3'^2 r_3 \cos\alpha_3)}{R_3}}$$

Application numérique en négligeant le poids $m_4 g$:

$$X_D = \frac{r_3 \sin\alpha_3(Y_E + m_4.\alpha_3'^2 r_3 \cos\alpha_3)}{R_3} = \frac{8.6(Y_E \sin\alpha_3 + 0{,}049.314^2 8{,}610^{-3} \dfrac{\sin 2\alpha_3}{2})}{20.58}$$

$$X_D = 0{,}42 \, (Y_E \sin\alpha_3 + 20{,}77 \sin 2\alpha_3) = 0{,}42 Y_E \sin\alpha_3 + 8{,}7 \sin 2\alpha_3)$$

Cas de la descente : $Y_E = 5N$

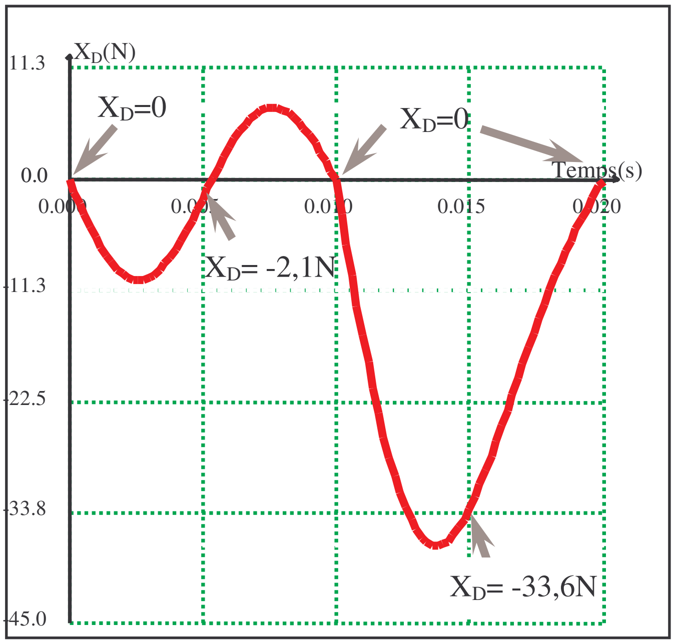
$$X_D = 2{,}1 \sin\alpha_3 + 8{,}7 \sin 2\alpha_3$$

t	0		$10\,ms$
α_3	0	$-\pi/2$	$-\pi$
X_D	$0N$	$-2{,}1N$	$0N$

Cas de la montée : $Y_E = -80N$

$$X_D = -33{,}6 \sin\alpha_3 + 8{,}7 \sin 2\alpha_3$$

t	0		$20\,ms$
α_3	$-\pi$	$-3\pi/2$	-2π
X_D	$0N$	$-33{,}6N$	$0N$



Conforme au relevé Mécaplan ci-contre

On note que si Y_E est faible, c'est la fonction $X_D = 8{,}7 \sin 2\alpha_3$ qui l'emporte.

(Pour $\alpha_3 = -\pi/4$ on est aux environs de $-9\,N$)

III-3 ↬ **<u>On isole le pignon (2).</u>**

↬ **Bilan des a.m. extérieures**

Une liaison pivot motorisée $\{1 \rightarrow 2\} = \begin{Bmatrix} X_{0_2} & / \\ Y_{0_2} & / \\ / & Cm \end{Bmatrix}_{O_2,B_1}$

L'action de contact entre les roues dentées $\{3 \rightarrow 2\} = \begin{Bmatrix} -X_D & / \\ -Y_D & / \\ / & 0 \end{Bmatrix}_{D,B_1}$

Le $\{Poids \rightarrow 2\} = \begin{Bmatrix} 0 & / \\ -m_2 g & / \\ / & 0 \end{Bmatrix}_{G_2,B_1}$

Moments des actions extérieures en O_2

$$\overrightarrow{M_{O_2} 3 \rightarrow 2} = \overrightarrow{O_2 D} \wedge \overrightarrow{R3 \rightarrow 2} = R_2 \vec{y}_1 \wedge (-X_D \vec{x}_1 - Y_D \vec{y}_1) = R_2 X_D \vec{z}$$

Moment dynamique en O_2:

$$\overrightarrow{\sigma(O_2, 2/1)} = \begin{pmatrix} / & / & / \\ / & / & / \\ / & / & I_{G_2 z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} / \\ / \\ \alpha'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} / \\ / \\ \alpha'_2 I_{G_2 z} \end{pmatrix}_{B_1} \quad \text{avec } \alpha'_2 = Cste$$

$$\overrightarrow{\delta(O_2, 2/1)} \cdot \vec{z} = \frac{d(\alpha'_2 I_{G2z})}{dt} = 0 \qquad \boxed{\overrightarrow{\delta(O_2, 2/1)} \cdot \vec{z} = 0}$$

↬ **P.F.D.**

Théorème du moment dynamique sur $\vec{z}$:

$$Cm + R_2 X_D = 0 \quad \Rightarrow Cm = -R_2 X_D$$

$$\boxed{Cm = \frac{R_2 r_3 \sin\alpha_3 (-Y_E + m_4 g - m_4 . \alpha_3'^2 r_3 \cos\alpha_3)}{R_3}}$$

Application numérique avec le poids $m_4 g$ négligé et $R_2 = 2{,}42.10^{-3}$m

Cas de la descente : $Y_E = 5N$

$$X_D = -5{,}1.10^{-3} \sin\alpha_3 - 21{,}1 \sin 2\alpha_3$$

α_3	0	$-\pi/2$	$-\pi$
X_D	$0N$	$5{,}1.10^{-3}Nm$	$0N$

Cas de la montée : $Y_E = -80N$

$$X_D = 81{,}3.10^{-3} \sin\alpha_3 - 21{,}1 \sin 2\alpha_3$$

α_3	$-\pi$	$-3\pi/2$	-2π
X_D	$0N$	$81{,}310^{-3}Nm$	$0N$