Exercice 9 IDENTIFICATIONS DE LA FTBO
ETUDE DE LA FTBF avec correction proportionnelle dans Black.

Corrigé

I Identification de la réponse temporelle

Allure d'un second ordre → tgte à l'origine
→ dépassements

$$\frac{D_1}{D_0} = 0{,}3 = \frac{D_2}{D_1} = \frac{D_3}{D_2}$$

$\rightarrow T_{a}/2 = 0{,}475\ s$ (= cste)

Conclusion : ces trois propriétés permettent de considérer la courbe comme un 2d ordre avec $z < 1$.

Calcul des paramètres caractéristiques :

$D1\% = 30\% \Rightarrow \boxed{z = 0{,}35}$ (avec $D1\% = e^{\frac{-\pi z}{\sqrt{1-z^2}}}$)

$$\omega_a = \frac{2\pi}{T_a} = \frac{2\pi}{0{,}475} = 13{,}22\ rad/s.$$

$$\omega_0 = \frac{\omega_a}{\sqrt{1-z^2}} = \frac{13{,}22}{\sqrt{1-0{,}35^2}} = \boxed{14{,}12\ rad/s.}$$

D'où

$$H(p) = \frac{1}{1 + \frac{2.0{,}35}{14{,}12}p + \frac{p^2}{14{,}12^2}} = \boxed{\frac{1}{1 + \frac{p}{20} + \frac{p^2}{200}}}$$

II Identification en harmonique

Allure d'un second ordre : $\varphi \to -180°$ pour $\omega \to \infty$
G = cste (0dB) $\omega \to 0$
pente à -40dB $\omega \to \infty$

Conclusion : ces trois propriétés et la résonance permettent de considérer la courbe comme un second ordre.

Calcul des paramètres caractéristiques

$Q = 3{,}6\,dB \Rightarrow Q = 1{,}514 \Rightarrow z = 0{,}35$

(avec $Q = \dfrac{1}{2z\sqrt{1-z^2}}$)

- Cassure pour $\varphi° = -90°$ $\Rightarrow$ $\omega_0 = 14,14$ rad/s.

- $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1-2z^2} = \boxed{12,25 \text{ rad/s.}}$

<u>Remarque</u> : on peut retrouver ω_0 par la relation $\omega_0 = \dfrac{\omega r}{\sqrt{1-2z^2}}$ si on connait ωr.

Problème : la valeur de ω_r est souvent connue avec une erreur souvent importante $\Rightarrow$ éviter de calculer ω_0 à partir de ωr.

III Identification de la chaîne directe

$$FTBF(p) = \frac{G}{G + p(1+\tau p)} = \frac{1}{1 + \frac{p}{G} + \frac{\tau p^2}{G}}$$

on voit le gain unitaire qui confirme bien la propriété d'un bouclage avec présence d'un intégrateur et retour unitaire.

En accord avec le gain unitaire relevé par l'identification des courbes.

$$\frac{1}{G} = \frac{2z}{\omega_0} = \frac{1}{20} \quad \text{et} \quad \frac{G}{\tau} = 200 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\begin{array}{l} G = 20 \\ \tau = 0,1 \text{ s.} \end{array}}$$

IV Tracé de la FTBO dans Black.

$$H(j\omega) = \frac{20}{j\omega(1+0,1j\omega)}$$

ω rad/s	0	0,1	1	5	10	12,5	20	50	+∞
G dB		46	25	11	3	0	-7	-22	
φ°		-90,5	-95°	-116	-135	-141	-153	-168	

V Correction : on veut $D_1\% = 10\%$

soit $e^{\frac{-\pi z}{\sqrt{1-z^2}}} = 0,1 \Rightarrow z = 0,59$

1ère solution : à partir du comportement en régime harmonique.

$$Q = \frac{1}{2z\sqrt{1-z^2}} = 1,04 \quad \text{soit } Q_{dB} = 0,41\,dB$$

on lit sur le graphique avec les courbes de Hall | $K_{dB} = -9,6\,dB \Rightarrow \boxed{K = 0,33}$

2de solution : même méthode par le calcul

$$H(j\omega) = \frac{20k}{j\omega(1+0,1j\omega)} \Rightarrow T(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{20k} + \frac{0,1j\omega}{20k}}$$

soit $z = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{20k}{0,1}} \cdot \frac{1}{20k} = \frac{1}{2\sqrt{0,1.20k}}$

$$Q = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{2k}} \cdot \sqrt{1 - 2\frac{1}{4.2k}}} \Rightarrow Q = \frac{\sqrt{2k}}{\sqrt{1-\frac{1}{8k}}}$$

$$\left(1 - \frac{1}{8k}\right)Q^2 = 2k \Rightarrow \boxed{K = 0,34}$$

3ème solution. A partir des relations vues en 1ère année.

$$T(p) = \frac{Gk}{Gk + p + \tau p^2} = \frac{1}{1 + \frac{p}{Gk} + \frac{\tau}{Gk}p^2}$$

avec $\frac{2z}{\omega_0} = \frac{1}{Gk}$ et $\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{\tau}{Gk} \Rightarrow \frac{4z^2\tau}{Gk} = \frac{1}{(Gk)^2}$

$$\Rightarrow K = \frac{1}{4z^2\tau.G} = \frac{1}{4.0,59^2.0,1.20} \Rightarrow \boxed{K = 0,36}$$

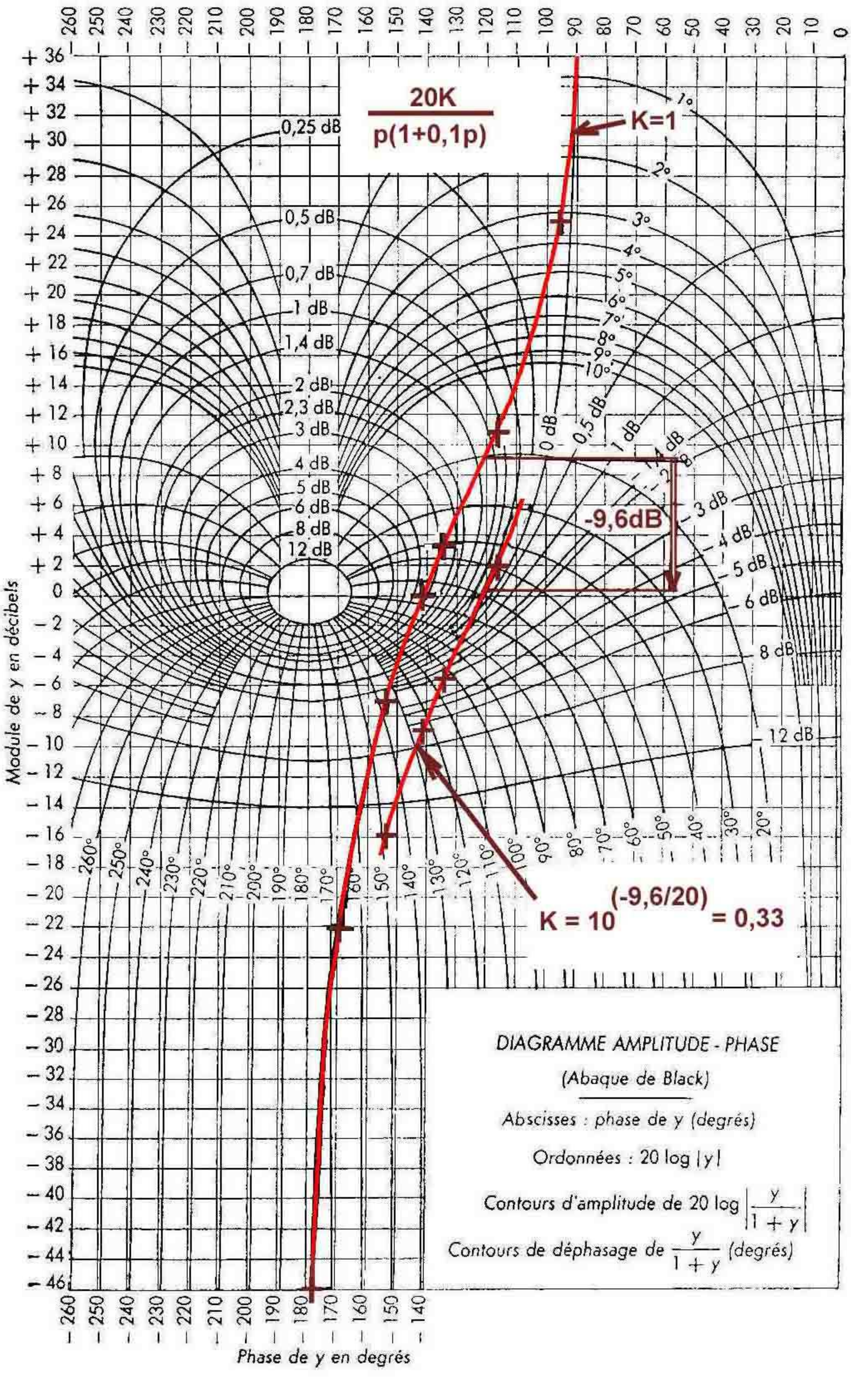

DIAGRAMME AMPLITUDE - PHASE

(Abaque de Black)

Abscisses : phase de y (degrés)

Ordonnées : 20 log |y|

Contours d'amplitude de $20 \log \left| \frac{y}{1+y} \right|$

Contours de déphasage de $\frac{y}{1+y}$ *(degrés)*