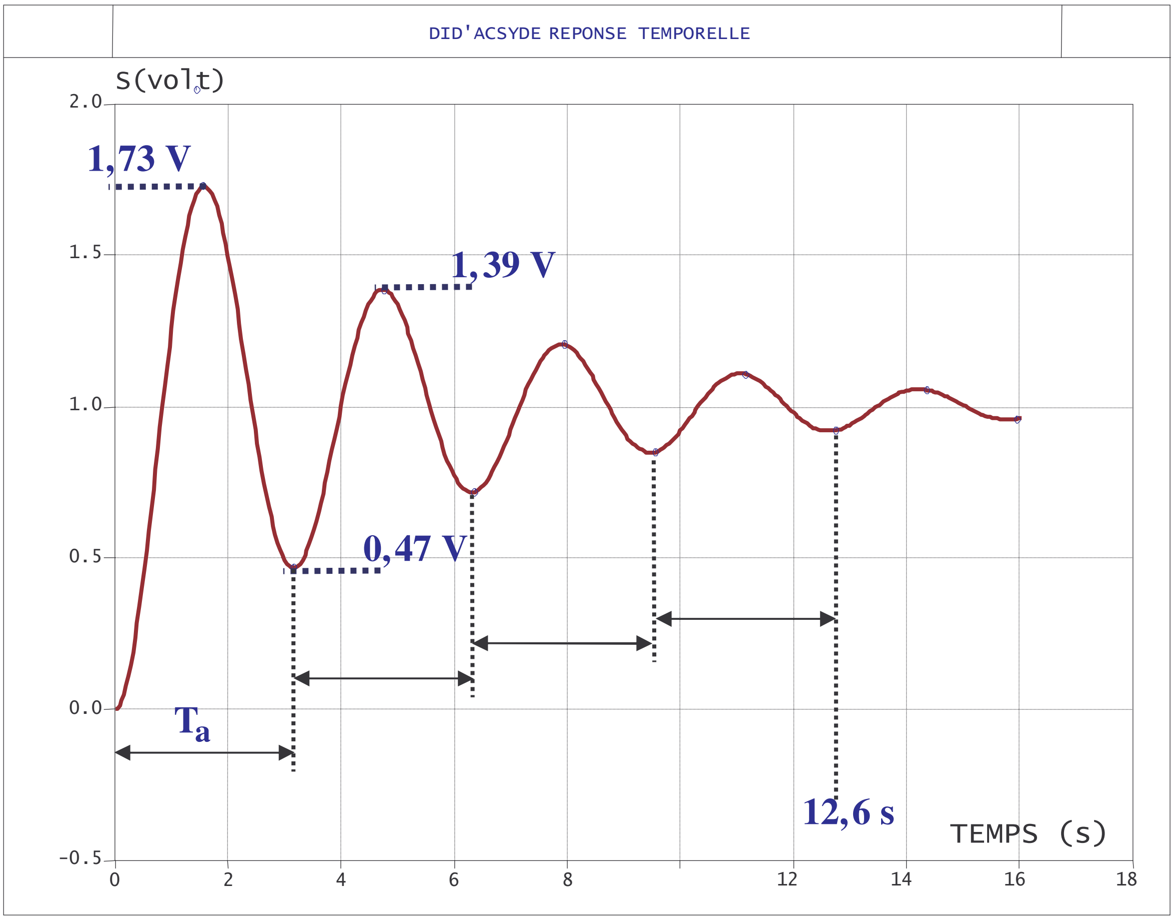
Exercice 18 - Réglage d'un système *(C2-C5).*

Asservissements : Performances des systèmes

Corrigé

- 1-Identifier la réponse indicielle de la fonction de transfert en boucle fermée.



- Le gain statique $G_{BF} = \dfrac{S(\infty)}{E_0} = 1$ $\boxed{G_{BF} = 1}$
- $D_1\% = \dfrac{Smax - S(\infty)}{S(\infty)} = \dfrac{1,73-1}{1} = 0,73$

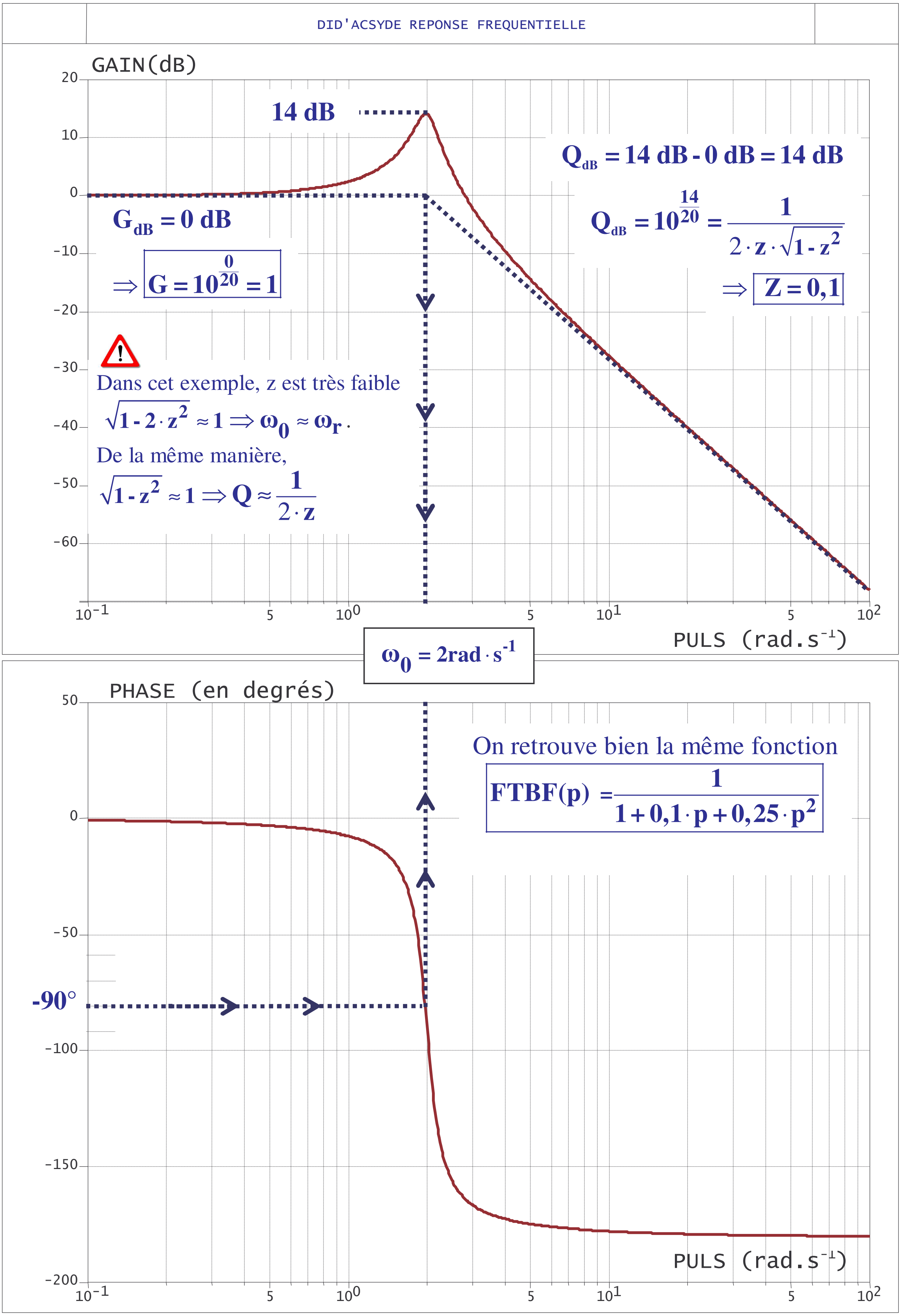
  On note que la modélisation du second ordre est compatible avec :

  $D_2\% = \dfrac{1-0,47}{1} = 0,53 = (D_1\%)^2$ et $D_3\% = \dfrac{1,39-1}{1} = 0,39 = (D_1\%)^3$

  Par ailleurs $D_1\% = e^{\frac{-\pi z}{\sqrt{1-z^2}}} = 0,73 \Rightarrow \boxed{z = 0,1}$

- $T_a = \dfrac{12,6\ s}{4} = 3,15\ s \Rightarrow \omega_a = \dfrac{2\pi}{T_a} = \omega_0 \cdot \sqrt{1-z^2} \Rightarrow \boxed{\omega_0 = 2 rad \cdot s^{-1}}$
- On en déduit la $\textbf{FTBF(p)} = \dfrac{1}{1 + \dfrac{2 \cdot z}{\omega_0} \cdot p + \dfrac{p^2}{{\omega_0}^2}} = \boxed{\dfrac{1}{1 + 0,1 \cdot p + 0,25 \cdot p^2}}$

➢ 2-Identifier la réponse fréquentielle de la FTBF.



➢ 3-Proposer un modèle pour la FTBO puis calculer ses paramètres caractéristiques.

$$BF(p) = \frac{BO(p)}{1+BO(p)} \Rightarrow BO(p) = \frac{BF(p)}{1-BF(p)}$$

Avec $BF(p) = \dfrac{1}{1+0,1\cdot p+0,25\cdot p^2}$

$$\Rightarrow BO(p) = \frac{1}{\cancel{1}+0,1\cdot p+0,25\cdot p^2-\cancel{1}} \Rightarrow \boxed{BO(p)=\frac{10}{p(1+2,5p)}}$$

Autre méthode :

Lorsque la FTBO possède un intégrateur et que le retour est unitaire alors la FTBF a un gain unitaire (et réciproquement).

La BO est donc de classe 1 et d'ordre 2 $\Rightarrow \boxed{BO(p)=\dfrac{G}{p(1+\tau p)}}$

On peut déterminer en fonction de G et $\Rightarrow BF(p)=\dfrac{G}{G+p(1+\tau p)}=\dfrac{1}{1+\frac{p}{G}+\frac{\tau p^2}{G})}$

Il reste à identifier les deux expressions de la FTBF

$$BF(p)=\frac{1}{1+\frac{p}{G}+\frac{\tau p^2}{G})}=\frac{1}{1+0,1+0,25\cdot p^2}\Rightarrow G=10 \quad \text{et } \tau=2,5s$$

$$\Rightarrow \boxed{BO(p)=\frac{10}{p(1+2,5p)}}$$

➢ 4-Effectuer le tracé de la FTBO dans Bode et Black

Justification :

On factorise sous la forme d'un produit de deux fonctions

Diagramme asympotique :

$H_1(p)=\dfrac{10}{p}$ avec une pente à **-20 dB / décade** et qui coupe **0dB** pour $\omega=10rad.s^{-1}$

avec une phase à -90°

$H_1(p)=\dfrac{1}{1+2,5p}$ a une cassure à $\omega=\dfrac{1}{2,5}=0,4rad.s^{-1}$

une **pente nulle avant la cassure** et une pente à **-20 dB / décade après la cassure** avec une phase à **0° avant la cassure** et à **-90°après la cassure**

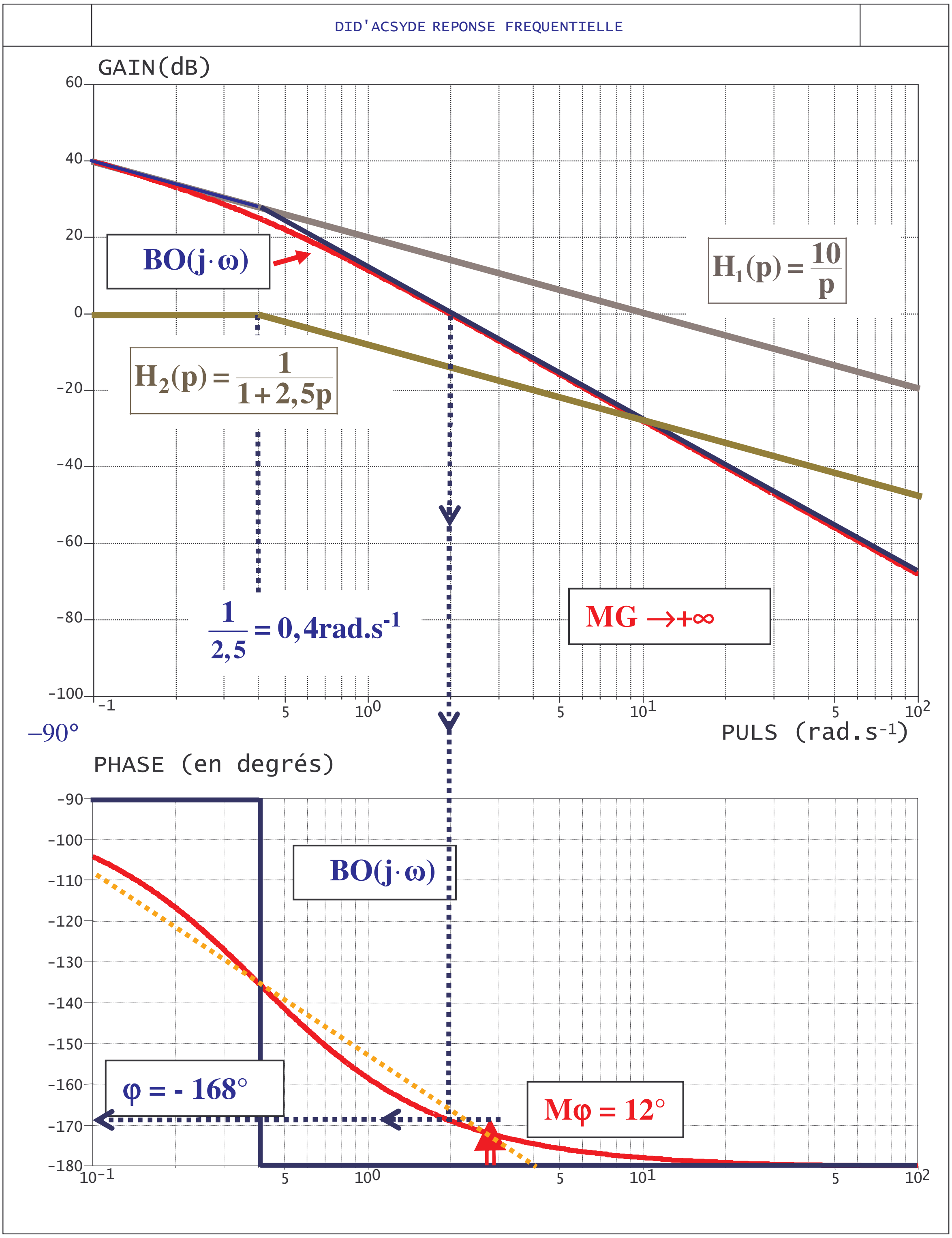
Puis, on effectue la somme des tracés des gains en dB et la somme des phases.

Tracé de la courbe $BO(j\cdot\omega)=\dfrac{10}{j\cdot\omega\cdot(1+2,5\cdot j\cdot\omega)}$

Gain : Affaiblissement de 3dB à la cassure.
Phase : on peut s'appuyer sur la droite voisine.
Pour d'autres points

$$\Rightarrow \boxed{\left|BO(j\cdot\omega)\right|=\frac{10}{\omega\cdot\sqrt{1+(2,5\cdot\omega)^2}}} \qquad \boxed{\varphi(j\cdot\omega)=-90°-\arctan(2,5\cdot\omega)}$$

➢ 4-Effectuer le tracé de la FTBO dans Bode et Black



➢ 5 - Retrouver ces résultats par le calcul.

Recherche de ω_{0dB}. Lorsque le gain vaut 0dB , $\left|BO(j\cdot\omega)\right| = 1$

$$\Rightarrow \frac{10}{\omega\cdot\sqrt{1+(2{,}5\cdot\omega)^2}} = 1 \Rightarrow 100 = \omega^2\cdot\left(1+(2{,}5\cdot\omega)^2\right) \Rightarrow \boxed{\omega_{0dB} = 2rad.s^{-1}}$$

On peut déterminer la phase $\varphi(\omega_{0dB}) = -90° - \arctan(2{,}5\times2) = -168{,}7°$

Et on en déduire la marge de phase $\boxed{M\varphi = 180° - 168{,}7° = 11{,}3°}$

$M\varphi = 11{,}3° < 45° \Rightarrow$ Le critère de stabilité n'est pas satisfait.

➢ 6 - Précision : Choisir un critère et proposer une valeur numérique.

Il y a un intégrateur dans la FTBO ⇒ l'écart statique est nul $\varepsilon s\% = 0 < 2\%$

Le critère de précision est satisfait.

➢ 7 - Rapidité : Choisir un critère et proposer une valeur numérique.

On peut prendre le **temps de montée ≈ 0,8s**

Ou encore le **temps pour atteindre le premier maximum. = 1,6s**

Mais ces critères ne figurent pas au cahier des charges.

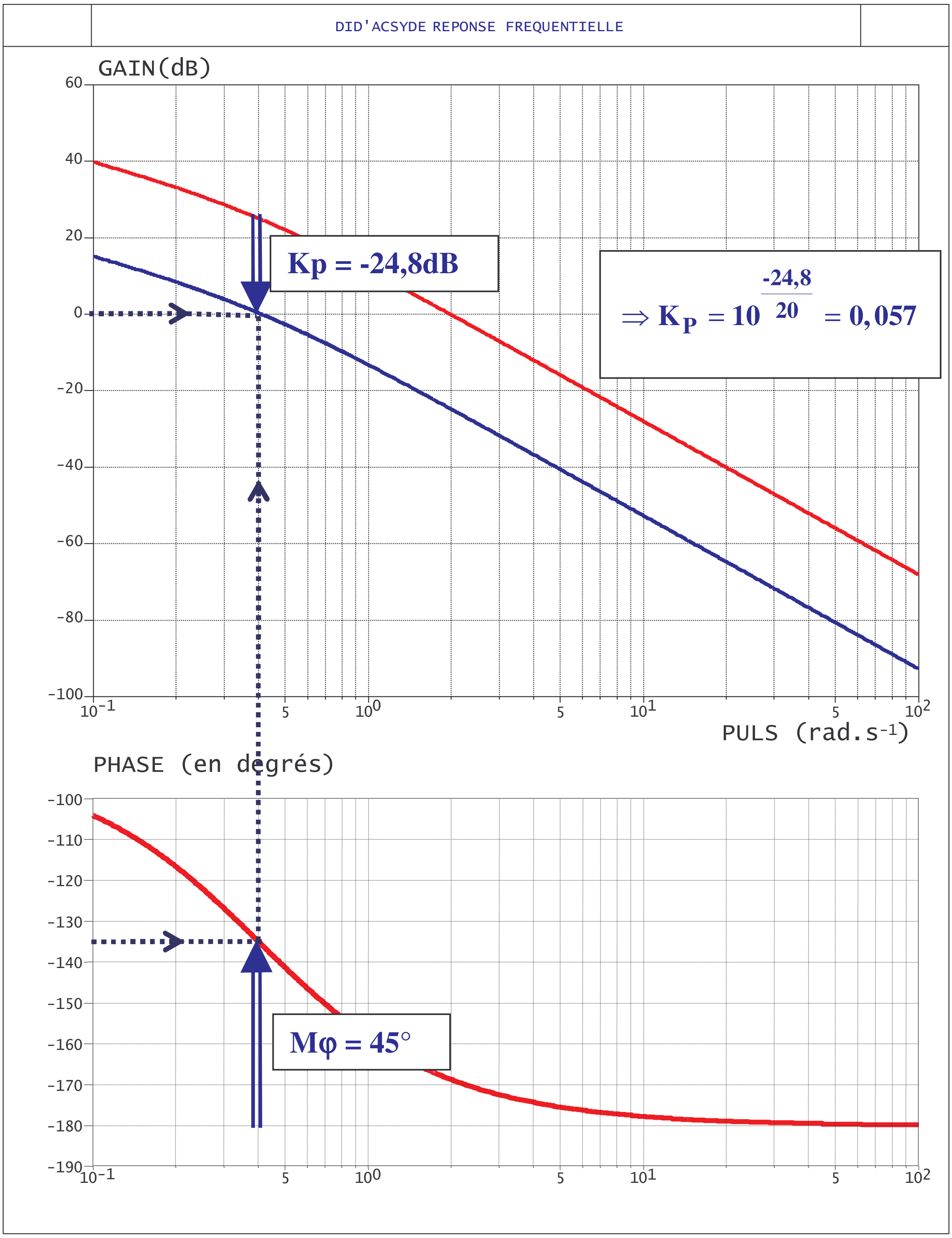
⚠ Attention le temps de réponse à 5%, dans le cas d'un système pas très stable rend compte à la fois de la stabilité et de la rapidité.

Conclure.

La stabilité n'étant pas satisfaite, il faudra corriger le système.

Premier réglage

- 8 - (à la fois sur les diagrammes de Bode et de Black).
  Déterminer graphiquement la valeur du correcteur proportionnel K_P qui permettra d'obtenir une marge de phase de 45°.



➢ 9 - Retrouver K_P par le calcul.

$$M\varphi = 45° \Rightarrow \varphi(j\cdot\omega) = -135° \Rightarrow -90° - \arctan(2{,}5\cdot\omega) = -135°$$

$$\Rightarrow \arctan(2{,}5\cdot\omega) = 45° \Rightarrow \omega_{-135°} = 0{,}4 rad.s^{-1}.$$

On note qu'on retrouve la valeur de la pulsation de cassure.
Le gain vaut alors :

$$\Rightarrow |BO(\omega_{-135°})| = \frac{10}{0{,}4\cdot\sqrt{1+(2{,}5\cdot 0{,}4)^2}} = \frac{10}{0{,}4\cdot\sqrt{1+(2{,}5\cdot 0{,}4)^2}} = 17{,}7$$

Soit en dB $\Rightarrow 20\cdot\log\left[|BO(\omega_{-135°})|\right] = 24{,}8dB$

La courbe doit couper l'horizontale à 0dB pour $\omega_{-135°} = 0{,}4 rad.s^{-1}$

Il faut donc descendre la courbe de gain de $24{,}8dB \Rightarrow \boxed{K_{PdB} = -24{,}8dB}$

Soit $\Rightarrow \boxed{K_P = 10^{\frac{-24{,}8}{20}} = 0{,}057}$

La fonction corrigée s'exprime alors : $\Rightarrow \boxed{BO(p) = \frac{0{,}57}{p(1+2{,}5p)}}$

<u>Second réglage</u>

➢ 10 - (Sur le diagramme de Bode).

On règle le système pour obtenir ω_{0db} = 10rad.s^{-1} pour la B.O.

- Déterminer graphiquement la nouvelle valeur de K_P ?

Le gain pour $\omega = 10 rad.s^{-1}$ doit être de **0dB**

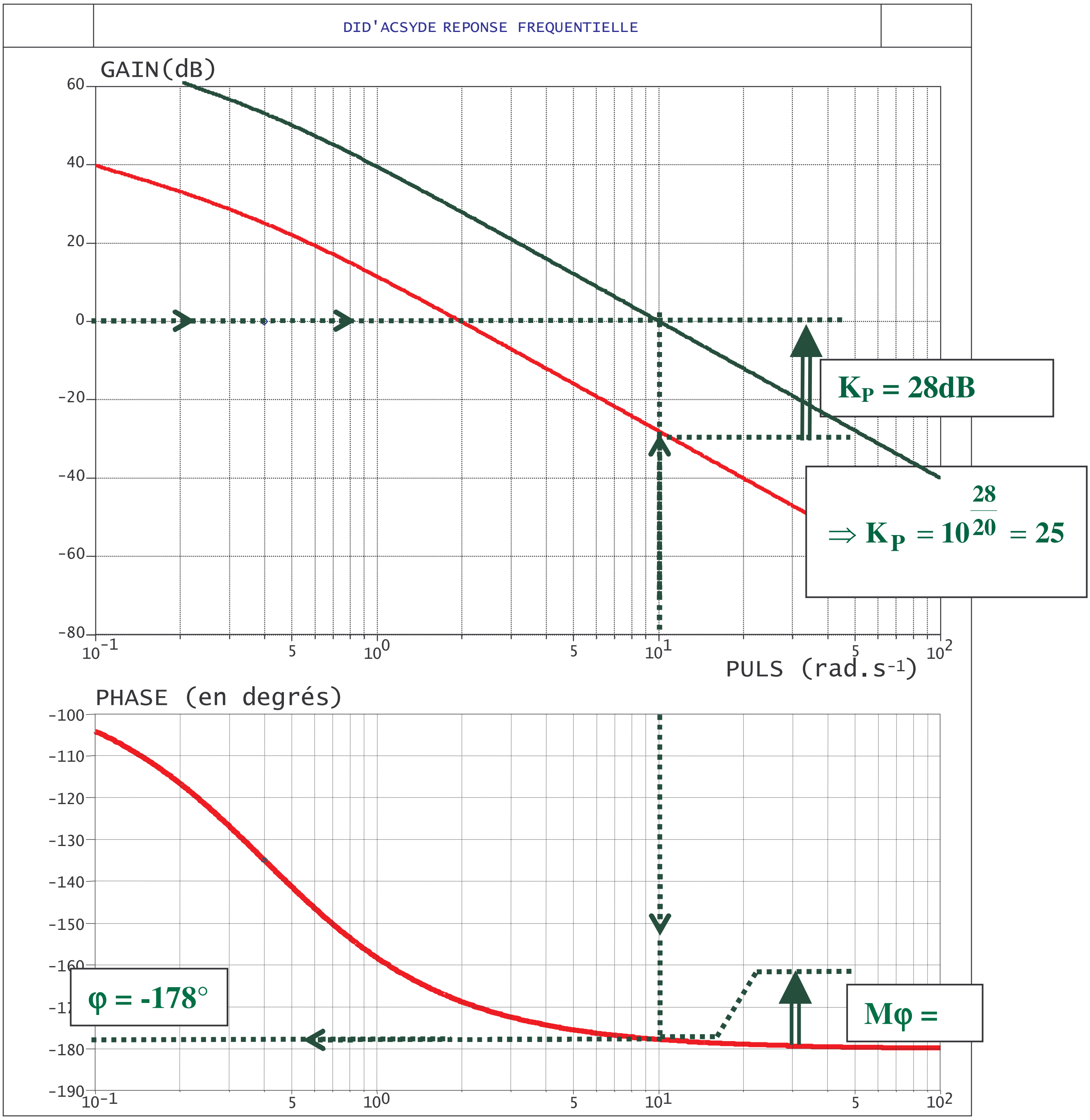
Actuellement pour cette valeur de ω, le gain vaut

$$\Rightarrow |BO(\omega_{-135°})| = \frac{10}{10\cdot\sqrt{1+(2{,}5\cdot 10)^2}} = \frac{10}{10\cdot\sqrt{1+(250)^2}} \approx \frac{1}{25}$$

$$\Rightarrow |BO(\omega_{-135°})| = \frac{10}{10\cdot\sqrt{1+(2{,}5\cdot 10)^2}} = \frac{10}{10\cdot\sqrt{1+(250)^2}} \approx \frac{1}{25}$$

$$\Rightarrow 20\cdot\log\left[|BO(\omega)|\right] = -28dB$$

Il faut donc remonter la courbe de $28dB \Rightarrow K_P = 25$



- Quelle est la performance visée par ce réglage ?

C'est la rapidité. En effet si la bande passante est élevée,

- Que deviennent les autres performances ?

Pour la stabilité, retrouvons la marge de phase :

$\varphi(j\cdot\omega) = -90° - \arctan(2{,}5\cdot 10) = -178°$

On voit que la marge de phase s'est beaucoup détériorée

$M\varphi = 180° - 178° = 2°$

Conclure.

Le système ne respecte plus le critère de stabilité $M\varphi = 2° < 45°$