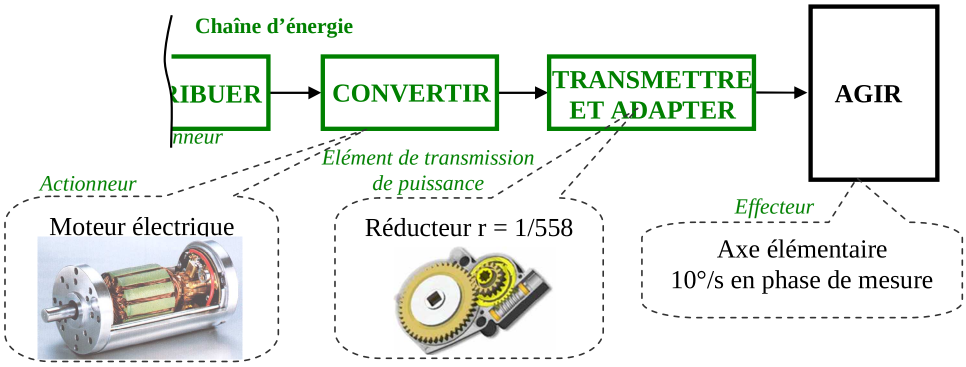
Exercice 17 — ETUDE DU SYSTEME DE POSITIONNEMENT D'UN APPAREIL D'IMAGERIE MEDICALE

Corrigé

Q.1. 3 mouvements de rotation ayant pour paramètres α, β et γ.

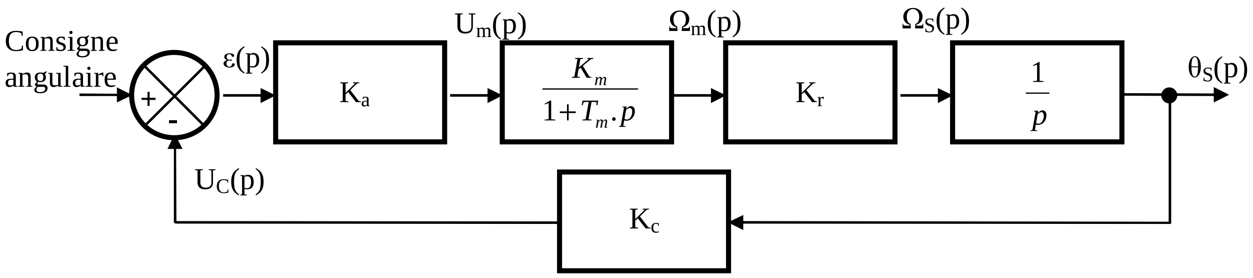
Q.2. Vitesse de rotation de l'effecteur : 10°/s → 600°/min.

Soit une vitesse de rotation en tour/min du moteur de $N = \dfrac{600 \times 558}{360} = 930$ tour/min.



Q.3. $\omega_S(t) = \dfrac{\omega_m(t)}{558} \rightarrow \mathrm{K_r} = \dfrac{\omega_S(t)}{\omega_m(t)} = \dfrac{1}{558}$

Q.4. Schéma bloc du système :



F.T en chaîne directe : $\mathrm{FTCD(p)} = \dfrac{K_a.K_m.K_r}{p.(1+T_m.p)}$; F.T. en boucle ouvert : $\mathrm{FTBO(p)} = \dfrac{K_a.K_m.K_r.K_c}{p.(1+T_m.p)}$

F.T. en boucle fermée : $\mathrm{FTBF(p)} = = \dfrac{1}{K_c}.\dfrac{K_a.K_m.K_r.K_c}{p.(1+T_m.p)+K_a.K_m.K_r.K_c}$

$$\Rightarrow \mathrm{FTBF(p)} = \frac{1/K_c}{1+\dfrac{1}{K_a.K_m.K_r.K_c}.p+\dfrac{T_m}{K_a.K_m.K_r.K_c}.p^2}$$

Q.5. $$\mathrm{FTBF(p)} = \frac{1/K_c}{1+\dfrac{1}{K_a.K_m.K_r.K_c}.p+\dfrac{T_m}{K_a.K_m.K_r.K_c}.p^2} = \frac{K}{(1+\dfrac{2.z}{\omega_0}p+\dfrac{1}{\omega_0^{\,2}}p^2)}$$

Avec : $K = \dfrac{1}{K_c}$ $\qquad \dfrac{1}{\omega_0^{\,2}} = \dfrac{T_m}{K_a.K_m.K_r.K_c} \rightarrow \boxed{\omega_0 = \sqrt{\dfrac{K_a.K_m.K_r.K_c}{T_m}}}$

$$\frac{2.z}{\omega_0} = \frac{1}{K_a.K_m.K_r.K_c} \rightarrow \boxed{z = \frac{1}{2}.\sqrt{\frac{1}{K_a.K_m.K_r.K_c.T_m}}}$$

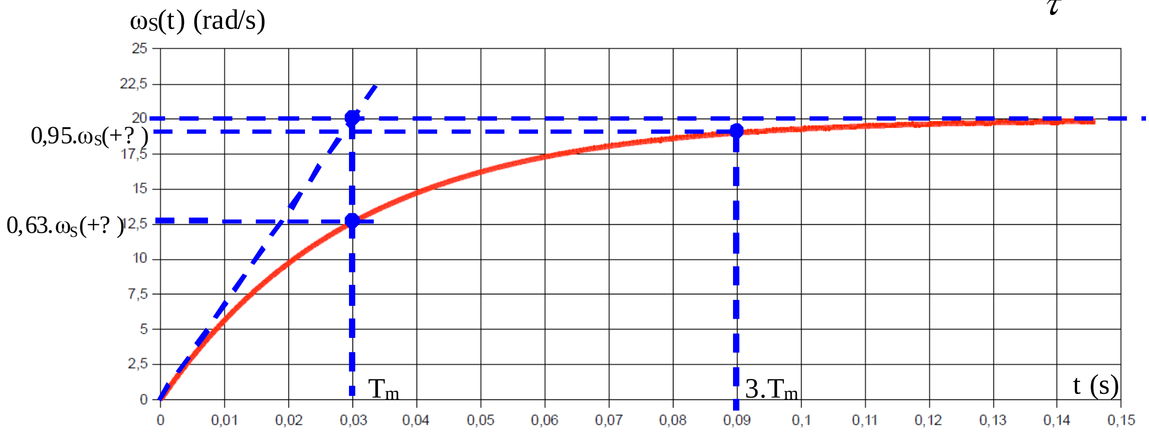
Q.6. Réponse indicielle d'un système du 1[er] ordre à une entrée en échelon de tension.

$u_m(t) = U_0.u(t) = 10.u(t) \;\rightarrow\; \omega_m(t) = K_m.U_0.\left(1 - e^{-\frac{t}{T_m}}\right).u(t) \;\rightarrow$ ***voir cours réponse indicielle 1[er] ordre***

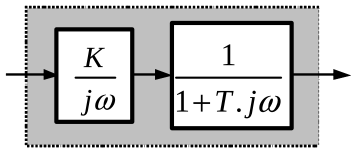
Q.7. Valeur asymptotique : $\omega_S(+\infty) = 20\,\text{rad/s} \rightarrow K_m.K_r = 2 \rightarrow K_m = 2/K_r = 1116\ \text{rad.s}^{-1}.\text{V}^{-1}$

Temps de réponse à 5% : $t_{5\%} = 3.T_m \rightarrow$ Graphiquement on lit : $T_m = 0{,}03$s

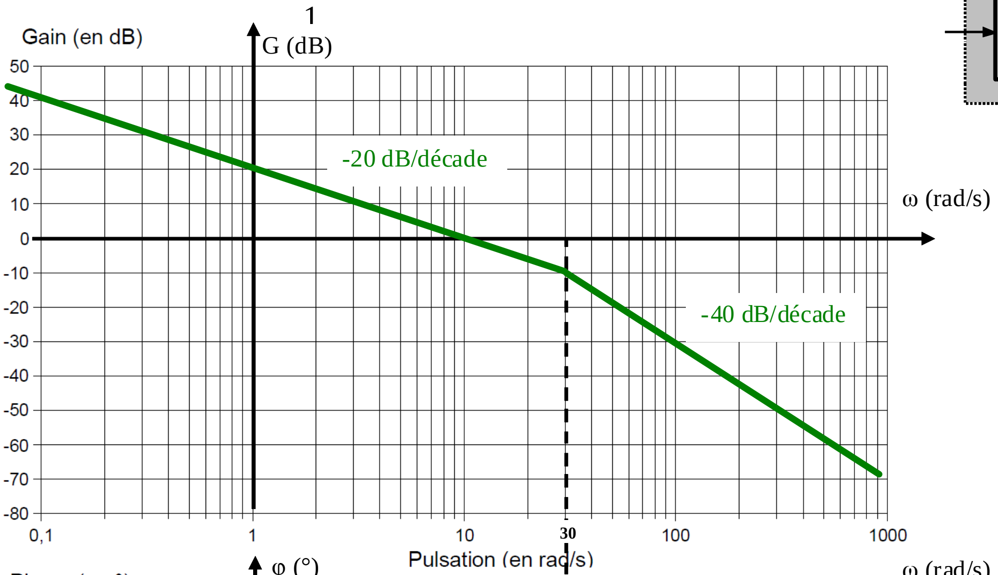
Temps de réponse à $0{,}63.s(+\infty)$: $t = T_m$ Pente à l'origine $= \dfrac{K}{\tau}$

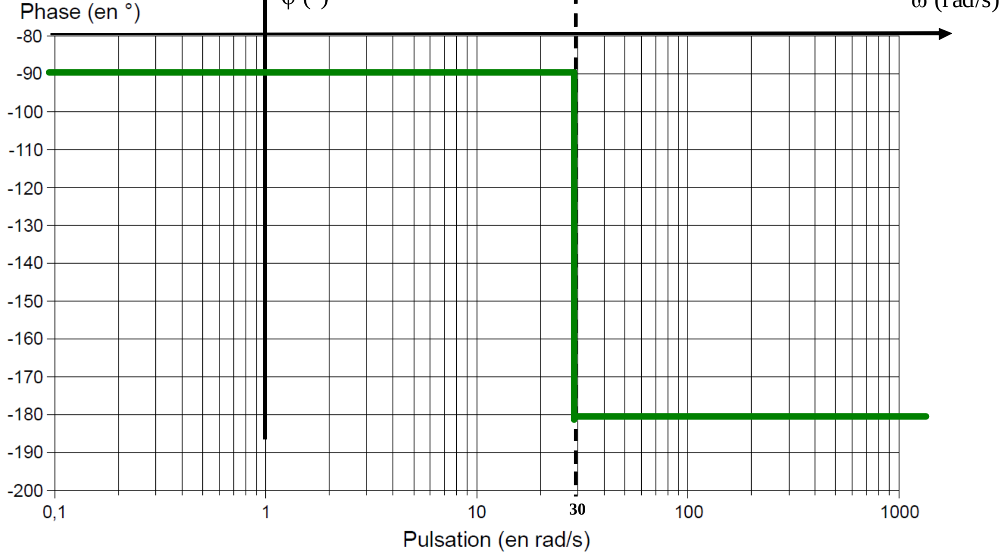


Q.8. $FTBO(p) = \dfrac{10}{p.\left(1 + \dfrac{1}{30}.p\right)} = \dfrac{10}{p}.\dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{30}.p} \rightarrow$ Soit 1 intégrateur de constante K = 10 + un 1[er] ordre



de





Q.9. Rappels de cours : Le module de FTBO(jω) est le produit des modules de chaque fonction de transfert élémentaire et l'argument, la somme des arguments de chaque fonction de transfert élémentaire :

Intégrateur :

$H(p) = \dfrac{K}{p} \rightarrow$ soit : $H(j\omega) = \dfrac{K}{j\omega}$

<u>Gain en dB :</u>

$G_{dB} = 20.\log \dfrac{K}{\omega} = 20.\log(K) - 20.\log(\omega)$

<u>Phase en degrés :</u> $\varphi(\omega) = -90°$

1er ordre :

$H(p) = \dfrac{1}{1+T.p} \rightarrow$ soit : $H(j\omega) = \dfrac{1}{1+T.j\omega}$

<u>Gain en dB :</u>

$G_{dB} = 20\log|H(j\omega)| = 20\log 1 - 20\log\sqrt{1+T^2.\omega^2}$

<u>Phase :</u>

$\varphi = \arg(H(j\omega)) = -\arg(1+T.j\omega) = -\arctan(T.\omega)$

Soit : $G_{dB} = 20.\log|FTBO(j\omega)| = 20.\log\left|\dfrac{K}{j\omega}\right| + 20.\log|H(j\omega)|$

$\varphi° = \arg(FTBO(j\omega)) = \arg\left(\dfrac{K}{j\omega}\right) + \arg\left(\dfrac{1}{1+T.j\omega}\right) = -90° - \arg(1+T.j\omega)$

Pour ω = 30 rad/s on a alors :

$G_{dB} = 20.\log FTBO(\omega{=}30) = 20.\log(10) - 20.\log(30) - 20\log\sqrt{1+\left(\dfrac{1}{30}\right)^2.30^2} = 20 - 29{,}5 + 0 - 3$

$\boxed{G_{dB} = -12{,}5 \text{ dB}}$

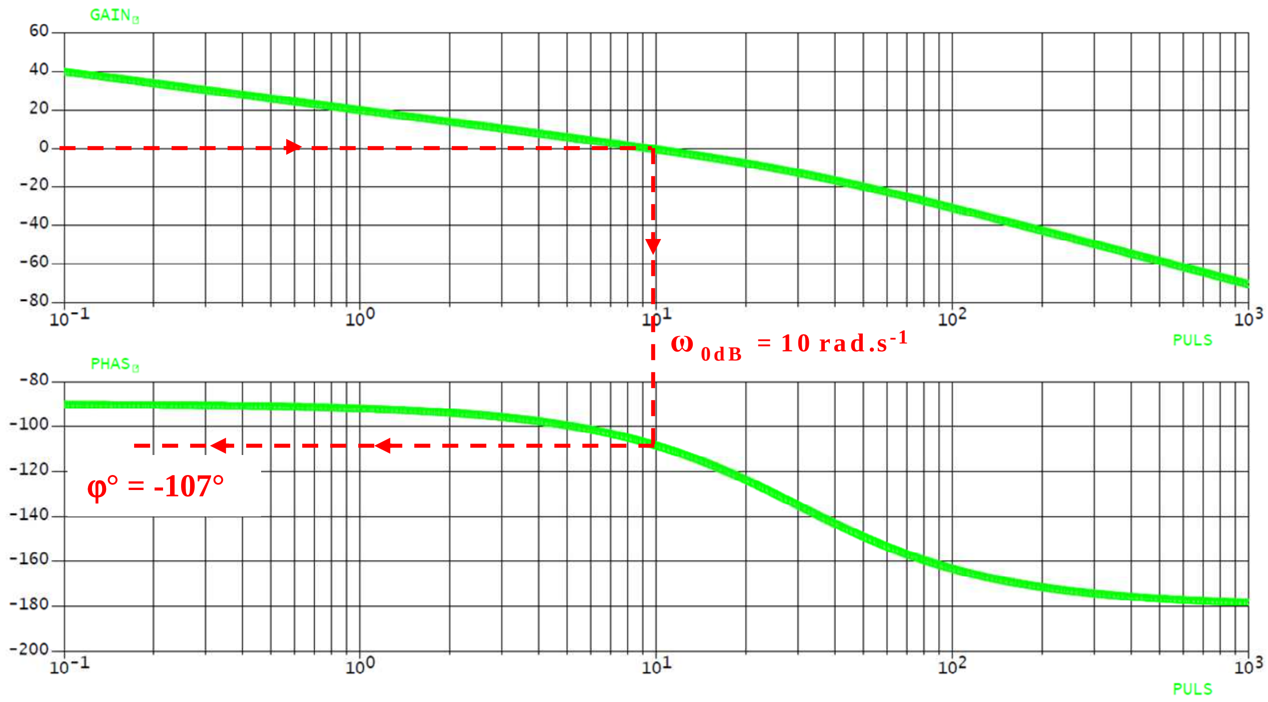
Rmq : On peut dire aussi qu'on est à la cassure du premier ordre càd 3dB au dessous de la valeur du gain pour l'intégrateur K/p

$\varphi° = \arg(FTBO(30.j)) = -90° + \arg\left(\dfrac{1}{1+\frac{1}{30}.30j}\right) = -90° - \arg(1+j)\ -90° - \arctan(1) = -90° - 45°$

$\boxed{\varphi° = -135°}$

Rmq : Là encore, on est à la cassure du premier ordre la phase vaut donc -45° auxquels il faut ajouter les -90° de l'intégrateur K/p.

Q.10 Courbes réelles sous Did'Acsyde :



Vérification du tracé par le calcul :

Détermination de ω_{0dB} ($\omega_{coupure\ à\ 0dB}$) :

$G_{dB}(\omega) = 0 \Rightarrow G(\omega) = 1$ or $G(\omega) = \dfrac{10}{\omega \cdot \sqrt{1+\left(\dfrac{\omega}{30}\right)^2}}$ donc $\omega \cdot \sqrt{1+\left(\dfrac{\omega}{30}\right)^2} = 10$

$\Rightarrow \omega^2 + \dfrac{\omega^4}{30^2} = 100 \quad \Rightarrow \omega = \pm 9,5$ On retient la valeur positive $\boxed{\omega_{0dB} = \pm\, 9,5\ \text{rad.s}^{-1}}$

$\varphi° = \arg(FTBO\,(\omega = 9,5)) = -90° + \arg\left(\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{30}.9,5j.}\right) = -90° - \arg\left(1+0,31.j\right) - 90° - \arctan(0,31)$

$\varphi° = -90° - 17° = -107°$

$\boxed{M\varphi = 180° - 107° = 73°}$ $\boxed{73° > 45° \rightarrow \text{C.d.C.F. validé.}}$