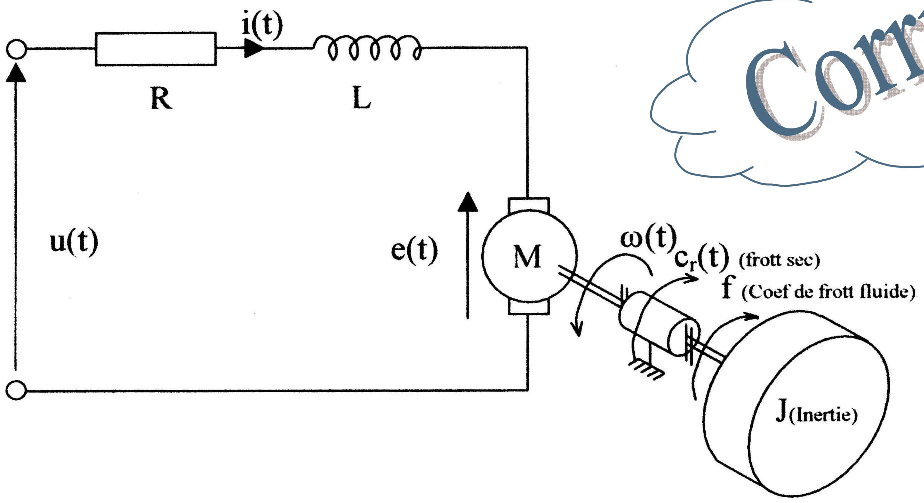
Moteur électrique à courant continu

à excitation séparée avec $\phi = SB = cste$
(Aimant permanent ou inducteur avec I_{exc} cst).

Corrigé



1 Mise en équation du moteur

1-1 Quatre équations en temporel : 1-2 Ecrire ces équations dans le domaine de Laplace

- L'équation électrique :

$$u(t) = R\,i(t) + L\frac{di(t)}{dt} + e(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} U(p) - E(p) = (R + Lp)I(p) - L\underbrace{i(0^+)}_{0}$$

- Force contre-électromotrice

$$e(t) = K_E\,\omega(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} E(p) = K_E\,\Omega(p)$$

- Caractéristique de couple

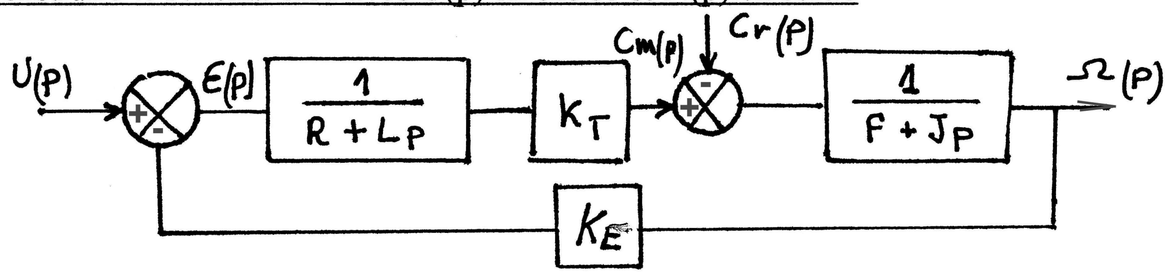
$$Cm(t) = K_T\,i(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} Cm(p) = K_T\,I(p)$$

- Equation de la dynamique.

$$Cm(t) - Cr(t) - f\,\omega(t) = J\frac{d\omega(t)}{dt} \xrightarrow{\mathcal{L}} Cm(p) - Cr(p) - f\,\Omega(p) = Jp\,\Omega(p) - J\underbrace{\omega(0^+)}_{0}$$

2 Etude du moteur seul (non asservi):

2-1 Construire le schéma bloc avec U(p) en entrée et Ω(p) en sortie



1ère simplification $K_T = K_E$ Exemple $Ke = 25{,}5\ V/1000\ tmin^{-1}$

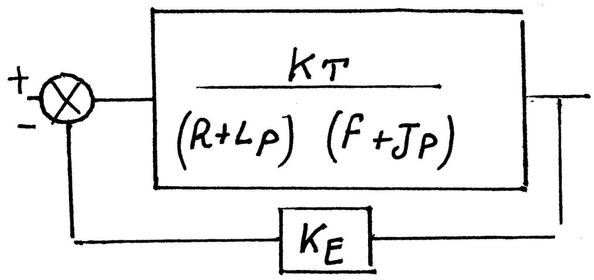
$K_T = 24{,}4\ N{\cdot}cm/A$

En Unités S.I. $Ke = \frac{25{,}5 \cdot 60}{1000 \cdot 2\pi} = \underline{0{,}244\ V/(rad\,s^{-1}) = K_T}$

2-2 Fonctions de transfert du moteur

Déterminer $H_1(p) = \dfrac{\Omega(p)}{U(p)}$, et $H_2(p) = -\dfrac{\Omega(p)}{Cr(p)}$

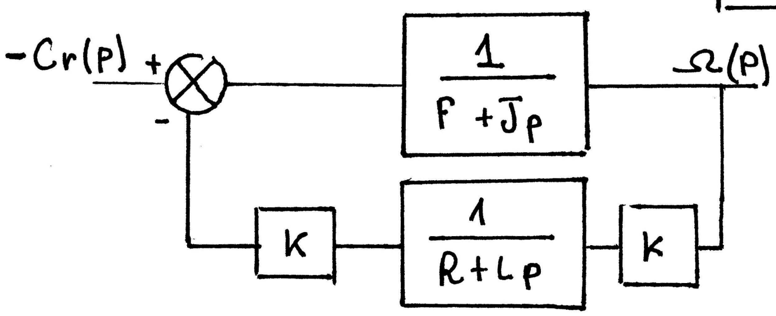
$$H_1(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{K_T}{K_T K_E + (R+Lp)(f+Jp)}$$



$$= \frac{K_T K_E}{K_T K_E + Rf + (Lf+RJ)p + LJp^2}$$

avec $K_T K_E = K^2$

$$\boxed{\frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{\dfrac{K}{K^2+Rf}}{1 + \dfrac{Lf+RJ}{K^2+Rf}\,p + \dfrac{LJp^2}{K^2+Rf}}}$$



$$H_2(p) = \frac{\dfrac{1}{f+Jp}}{1 + \dfrac{1}{f+Jp} \cdot \dfrac{K^2}{R+Lp}}$$

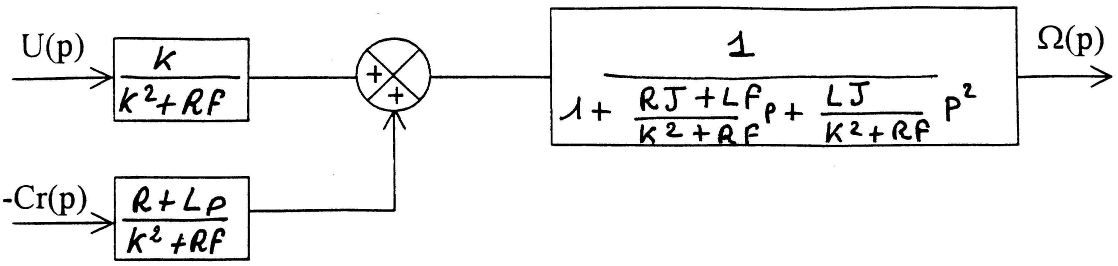
$$= \frac{R+Lp}{(R+Lp)(f+Jp) + K^2} = \frac{R+Lp}{K^2 + Rf + (Lf+RJ)p + LJp^2}$$

$$\boxed{H_2(p) = \frac{R+Lp}{Rf+K^2} \cdot \frac{1}{1 + \dfrac{RJ+Lf}{Rf+K^2}\,p + \dfrac{LJ}{Rf+K^2}\,p^2}}$$

Théorème de superposition : $\Omega(p) = H_1(p).U(p) + H_2(p).Cr(p)$

$$\Omega(p) = \frac{K}{K^2+Rf} \cdot \frac{1 \quad U(p)}{1 + \dfrac{RJ+Lf}{K^2+Rf}\,p + \dfrac{LJ}{K^2+Rf}\,p^2} - \frac{R+Lp}{Rf+K^2} \cdot \frac{Cr(p)}{1 + \dfrac{RJ+Lf}{K^2+Rf}\,p + \dfrac{LJp^2}{K^2+Rf}}$$

Autre schéma :



2-3 <u>Seconde simplification pour $H_1(p)$</u> Rappel $H_1(p) = \dfrac{1}{1+\dfrac{RJ+Lf}{K^2+Rf}p+\dfrac{LJ}{K^2+Rf}\cdot p^2}$

On pose : - la constante électrique $\tau_e = \dfrac{L}{R}$

- la constante électromécanique : $\tau_{em} = \dfrac{JR}{K^2+Rf}$

On cherche à mettre la fonction de transfert sous la forme :

$$H_3(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{G}{(1+\tau_e\,p).(1+\tau_{em}\,p)}$$

On développe :

$$H_3(p) = \frac{G}{1+(\tau_e+\tau_{em})p+\tau_e\tau_{em}p^2} =$$

On identifie : $\tau_e + \tau_{em} = \dfrac{L}{R} + \dfrac{JR}{K^2+Rf} = \dfrac{LK^2+LRf+JR^2}{R(K^2+Rf)}$

Si $LK^2 << JR^2$ alors $\tau_e+\tau_{em} = \dfrac{L\cancel{R}f+JR^{\cancel{2}}}{\cancel{R}(K^2+Rf)}$

Par ailleurs $\tau_e\,\tau_{em} = \dfrac{L}{\cancel{R}}\cdot\dfrac{J\cancel{R}}{K^2+Rf}$

Si $LK^2 << JR^2$ *Ce qui est toujours le cas,*
le moteur est un second ordre apériodique.

$$H_3(p) = \frac{K}{K^2+Rf}\cdot\frac{1}{(1+\tau_e p)(1+\tau_{em} p)}$$

on conserve le gain

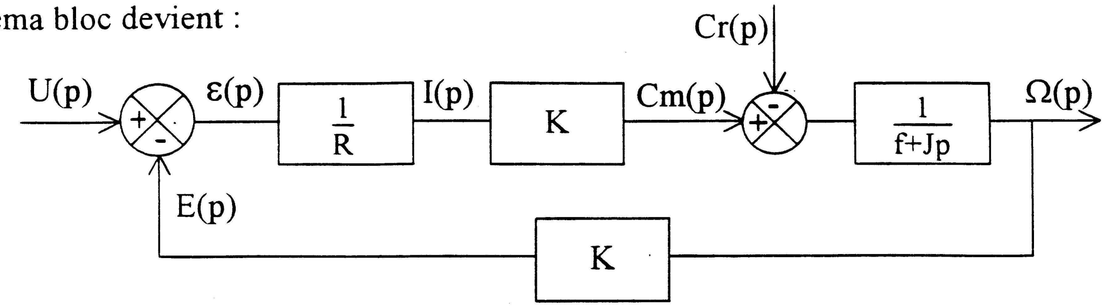
$$G = \frac{K.}{K^2+Rf.}$$

Remarque : - les racines sont réelles donc le moteur en boucle ouverte n'a pas de dépassement.

2-4 Autre simplification visant à obtenir un premier ordre.

On néglige L

Le schéma bloc devient :



$H_4(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = ?$ $\quad \frac{K}{K^2 + RF + RJp} = \frac{K}{K^2+RF} \cdot \frac{1}{1 + \frac{RJ}{K^2+RF} \cdot p}$

on constate que le gain statique G_1 est toujours le même

Si L négligeable *Ce qui est souvent le cas*, le moteur est un premier ordre.

$$H_4(p) = \frac{K}{K^2+RF} \cdot \frac{1}{1 + \frac{RJp}{K^2+RF} p}$$

Remarque :
Si on considère la constante temps électrique très inférieure à la constante de temps mécanique, on retrouve le résultat précédent.

on avait à la page précédente : $\frac{G_1}{(1+\tau_{em}p)(1+\tau_e p)}$

$(\tau_e << \tau_{em}) \Rightarrow H_4(p) \approx \frac{G_1}{(1+\tau_{em}p)(1+\cancel{\tau_e p})} = \frac{G_1}{1 + \frac{JR}{K^2+RF} p}$.

on retrouve la même constante de temps.

Application numérique Moteur AXEM
L<100µH $\quad$ R =0,46 Ω $\quad$ J = 12000 g.cm^2 $\quad$ f = 8N.cm/(1000t.min^{-1})

Déterminer τ_e et τ_{em} , en déduire H_4 (p) puis procéder à la simplification.

$L = 100\,10^{-6}$ H. $\quad K = 24\,10^{-2}$ Nm/A.

$R = 0,46\,\Omega$.

$J = 12$ kg cm^2 = $12\,10^{-4}$ kg m^2.

$F = 8\,10^{-2}$ Nm/1000 t.min^{-1} =

$= 8\,10^{-5}$ Nm/t min^{-1}

$= \frac{8\,10^{-5}\,60}{2\pi}$ Nm/rad s^{-1} = $\boxed{7,6\,10^{-4} \text{ Nm/rad s}^{-1}}$

$\tau_e = \frac{L}{R} = \frac{10^{-4}}{0,46} = 2,17\,10^{-4}$ s. $= \boxed{0,22 \text{ ms}}$

$\tau_{em} = \frac{JR}{K^2+RF} = \frac{12\,10^{-4} \cdot 0,46}{(24\,10^{-2})^2 + 0,46 \cdot} =$

on note que $RF << K^2$

$\Rightarrow \boxed{\tau_{em} = 9,5 \text{ ms} \gg \tau_e = 0,22 \text{ ms}}$