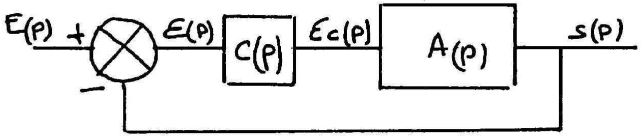
Exercice 24

Etude de l'influence d'un correcteur P.I.
(Proportionnel Intégral)

Corrigé

1°)



$$C(p) = 1 + \frac{1}{0{,}2p} = \boxed{\frac{1+0{,}2p}{0{,}2p}}$$

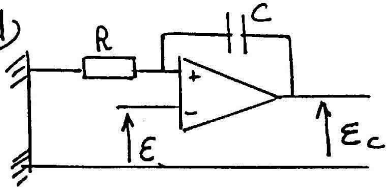
$$A(p) = \frac{k}{(1+0{,}5p)(1+p)}$$

2°) a) Correcteur proportionnel intégral (P.I.)

b) Il permet d'obtenir une précision parfaite $\varepsilon_s = 0$ car intégrateur dans la Chaîne directe

c) C'est la constante de temps τ du correcteur. Elle définit la valeur de $\omega = \frac{1}{\tau_c}$ à de laquelle le correcteur agit sur le gain de la B.O.

d)



$$\frac{\varepsilon(t)}{R} = [\varepsilon_c(t) - \varepsilon(t)]\, jC\omega$$

soit $\frac{\varepsilon_c(t)}{\varepsilon(t)} - 1 = \frac{1}{RCj\omega} \Rightarrow \boxed{\frac{\varepsilon_c(t)}{\varepsilon(t)} = 1 + \frac{1}{RCj\omega}}$

3° Critère de ROUTH

$$BO : \frac{k(1+0{,}2p)}{0{,}2p(1+0{,}5p)(1+p)} \Rightarrow BF : \frac{k(1+0{,}2p)}{k(1+0{,}2p)+0{,}2p(1+0{,}5p)(1+p)}$$

1

$$BF = \frac{k+0{,}2kp}{k+0{,}2kp+0{,}2p+0{,}2p^2+0{,}1p^2+0{,}1p^3}$$

$$= \frac{—}{k+(0{,}2k+0{,}2)p+0{,}3p^2+0{,}1p^3}$$

3°) Routh :

- coef tous de m̄ signe ⇒ k > 0
- stable si C_1 et $C_2 > 0$

p^3	0,1	0,2(k+1)
p^2	0,3	k
p	C_1	
p^0	C_2	

$$C_1 = \frac{0{,}1k - 0{,}06(k+1)}{-0{,}3}$$

$C_1 > 0$ si :

$$0{,}04k - 0{,}06 < 0$$

$$k < \frac{3}{2}$$

$$C_2 = \frac{-C_1 k}{-C_1} = k$$

$$C_2 > 0 \Rightarrow k > 0$$

$$\boxed{\text{soit } 0 < k < \frac{3}{2}}$$

Autres méthodes : – Etude de la Bo, recherche des marges de gain et de phases
– Etude de la BF : signe des parties réelles des Pôles de la BF (toutes < 0)

4°) k = 0,2. Tracé dans Black :

$$|H_{Bo}(j\omega)| = \frac{0{,}2\,(1+0{,}2j\omega)}{0{,}2j\omega(1+0{,}5j\omega)(1+j\omega)}$$

$$(G_{Bo})_{dB} = 20\log\left(\frac{0{,}2\sqrt{1+(0{,}2\omega)^2}}{0{,}2\omega\sqrt{(1+0{,}25\omega^2)(1+\omega^2)}}\right)$$

$$\varphi^\circ = \arctan 0{,}2\omega - 90^\circ - \arctan 0{,}5\omega - \arctan\omega$$

2

ω	0	0,03	0,1	0,2	0,4	0,7	1	2	4	10	100	∞
GdB	∞	30,4	20	13,7	7	0,9	-3,9	-15,7	-30	-49,4	-91	$-\infty$
$\varphi°$	-90	-92	-97	-105	-118	-136	-150	-177	-191	-190	-181	-180

5°) Marges

Valeur $M\varphi$ lue : 41°

MG lue : 17dB

Par le calcul :

$G_{dB} = 0dB$ si $\dfrac{0,2\sqrt{1+0,04\omega^2}}{0,2\omega\sqrt{(1+0,25\omega^2)(1+\omega^2)}} = 1$

soit $\omega = 0,75 \ rad.s^{-1}$

$\varphi = +\arctan 0,2.0,75 - 90° - \arctan 0,5.0,75 - \arctan 0,75$

soit $\varphi = -139°$

$\Rightarrow \underline{M\varphi} = 180° - 139° = \boxed{41°}$

$\varphi = -180°$ si $180° = -\arctan 0,2\omega - 90° - \arctan 0,5\omega - \arctan\omega$

soit $\omega = 2,23 \ rad\, s^{-1}$

$GdB. = 20\log \dfrac{0,2\sqrt{1+0,2(2,23)^2}}{0,2\sqrt{(1+0,25.(2,23)^2)(1+(2,23)^2)}} = \boxed{-17,8dB}$

Suffisamment stable ?

Il faudrait voir le cahier des charges.
Habituellement on envisage la stabilité satisfaisante pour des marges | de φ de 45°
| de gain de 10dB.

On peut donc dire qu'on est dans une plage de réglage cohérente pour une bonne stabilité.

6. Erreurs, Ecarts,

$\varepsilon_s = 0$ car $\frac{1}{p}$ dans la chaîne directe
"système de classe 1"

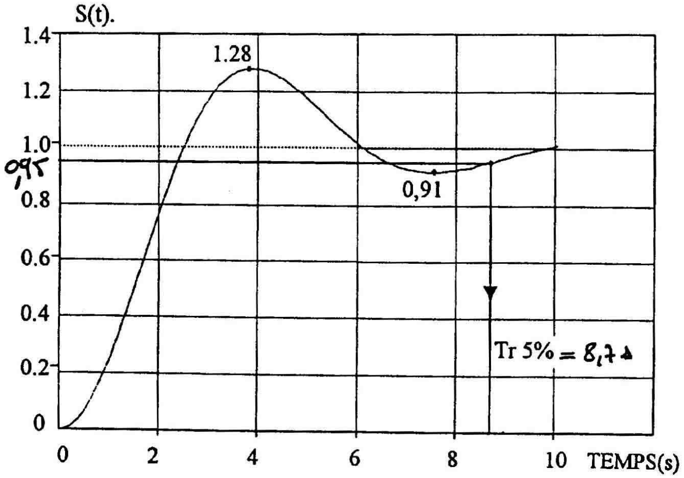
$$\varepsilon_V = \lim_{p\to 0} p \frac{1/p^2}{1 + FTBO(p)}$$

$$= \lim_{p\to 0} \frac{1}{p} \frac{1}{1 + \dfrac{0,2(1+0,2p)}{0,2p(1+0,5p)(1+p)}}$$

$$= \lim_{p\to 0} \frac{1}{p + \dfrac{0,2(1+0,2p)}{0,2(1+0,5p)(1+p)}} = 1$$

$\varepsilon_s = 0$	$\varepsilon_V = 1$

Rmq : la réponse indicielle a l'allure suivante :



Par un tracé dans Bode de la courbe sans C(p)
- Déterminer K pour obtenir $M\varphi = 50°$ (45° au final)
- Régler le correcteur PI pour obtenir la précision statique.
- Comparer les performances.

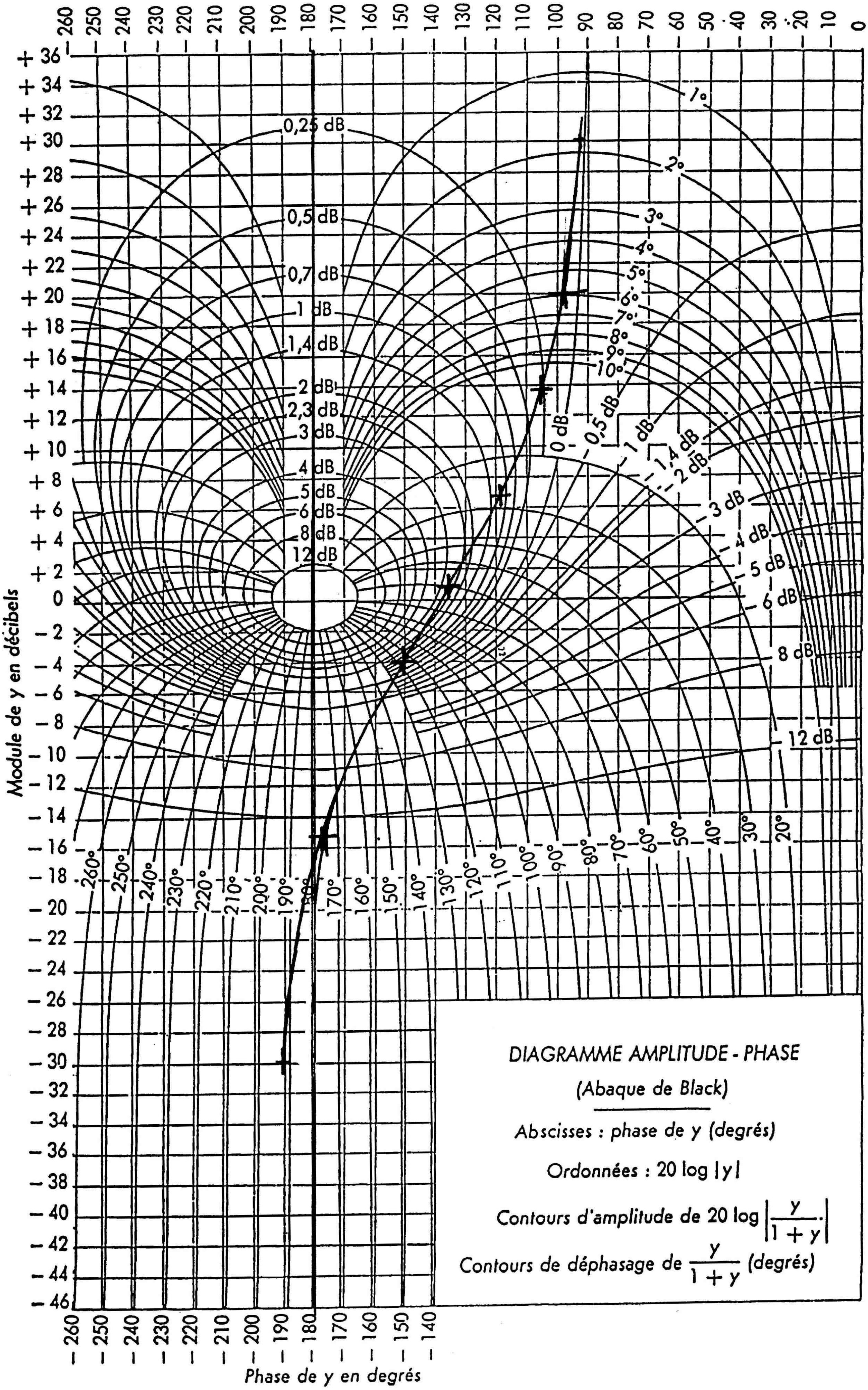


DIAGRAMME AMPLITUDE - PHASE

(Abaque de Black)

Abscisses : phase de y (degrés)

Ordonnées : 20 log |y|

Contours d'amplitude de 20 log $\left|\frac{y}{1+y}\right|$

Contours de déphasage de $\frac{y}{1+y}$ (degrés)