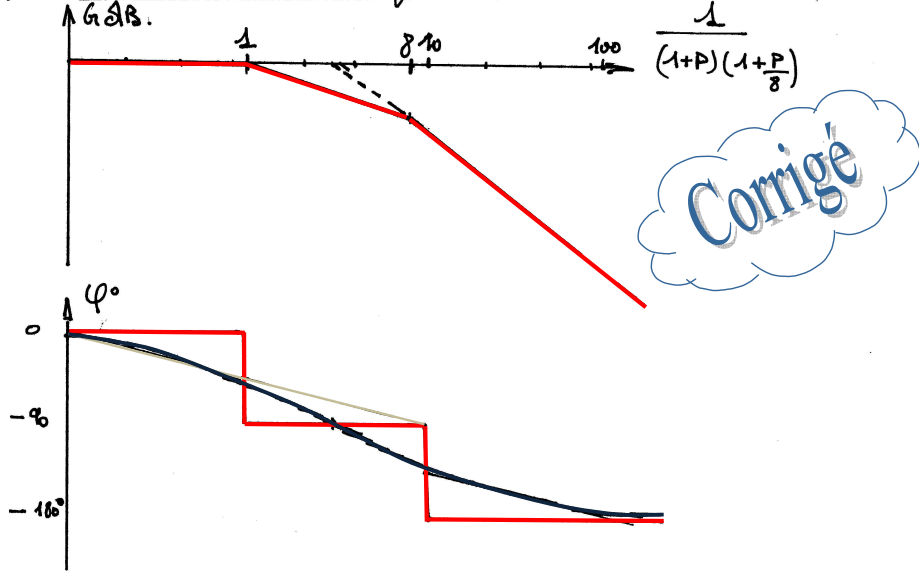


# Exercice n°23 Placement d'un correcteur proportionnel intégral (P.I.)

1.1° Tracé dans Bode de la fonction non corrigée



1.2° Réglage de la marge de phase à 45°

$$\delta\varphi = 45^\circ \Rightarrow \varphi = -135^\circ$$

$$-\arctan \omega - \arctan \frac{\omega}{8} = -135^\circ$$

$$\frac{\omega + \frac{\omega}{8}}{1 - \frac{\omega^2}{8}} = -1 \Rightarrow \frac{9\omega}{8} = -1 + \frac{\omega^2}{8}$$

$$\Rightarrow \omega^2 - 9\omega - 8 = 0 \Rightarrow \omega = 9,81 \text{ seule racine } > 0 \text{ rad/s}^{-1}$$

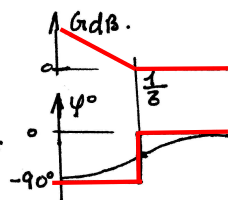
on veut une gain de 0 dB sort:

$$\frac{K_p}{\sqrt{1+\omega^2} \sqrt{1+\frac{\omega^2}{8^2}}} = 1 \Rightarrow K_p = \sqrt{1+9,81^2} \cdot \sqrt{1+\frac{9,81^2}{64}} = K_p = 15,6$$

2° Mise en place du correcteur

Forme du correcteur:  $\frac{1+\beta p}{\beta p}$

Tracé dans Bode:



Deux solutions pour placer ce correcteur

-a) La méthode vue en cours:

on place la cassure du correcteur 1 décade en retrait par rapport à  $\omega_{0dB}$ .

Nota  $\omega_{0dB}$  est suffoqué dans ce cas-inchange: 9,81 rad/s

$$\Rightarrow \frac{1}{\beta} = \frac{\omega_{0dB}}{\omega} = 0,98 \text{ rad/s} \quad \beta = 1,02 \text{ s.}$$

$$\varphi = +\arctan \omega \beta - 90^\circ - \arctan \omega - \arctan \frac{\omega}{8}$$

$$= \arctan (10) - 90^\circ - 135^\circ = -5,7^\circ - 135^\circ = -140,7^\circ$$

on note qu'on n'a pas recalculé  $\omega_{0dB}$  qui change par.

$$\Rightarrow \delta\varphi = 39,3^\circ$$

$$\frac{\sqrt{1+(1,02 \times 1)^2}}{1,02 \times \sqrt{(1+1^2)(1+(1,125 \times 1)^2)}} = 1$$

$$\Rightarrow \omega = 984 \approx 981$$

on ne répond pas totalement au cahier des charges,

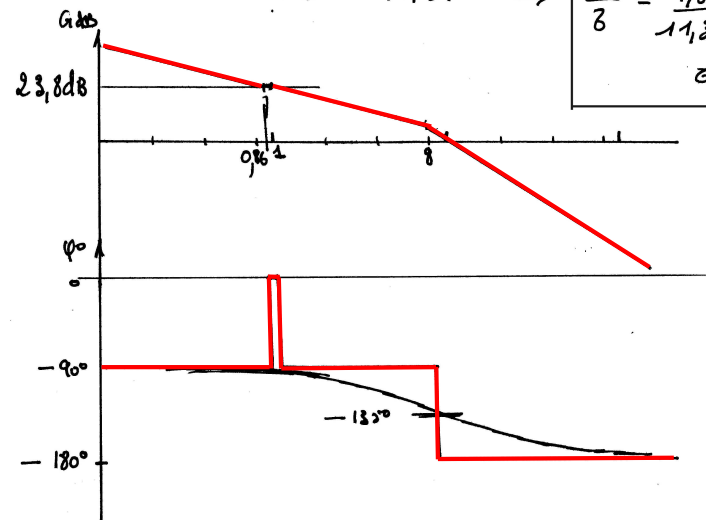
b) on admet que  $\omega_{0dB}$  ne varie pas (ou varie très peu)

$$\varphi = \arctan \omega \beta - 90^\circ - \arctan \omega - \arctan \frac{\omega}{8} = -140^\circ$$

$$\Rightarrow \arctan \omega \beta = +\arctan 9,81 + \arctan \frac{9,81}{8} - 50^\circ$$

$$\omega \beta = 11,39 \Rightarrow \frac{1}{\beta} = \frac{9,81}{11,39} = 0,86 \text{ rad/s}$$

$$\beta = 1,16 \text{ s.}$$



### 2.3. Compensation de pôle

on place le correcteur sur la 1<sup>ère</sup> cassure:

$$\frac{1+\beta p}{\beta p} \text{ avec } \beta = 1.$$

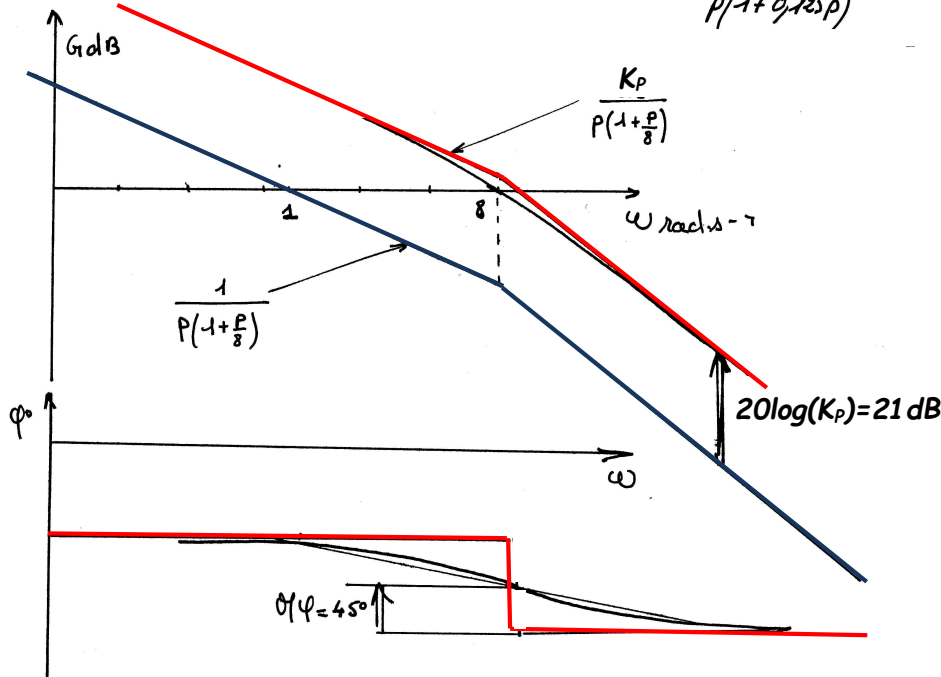
$$H(p) \text{ devient : } \frac{1+p}{p} \cdot \frac{K_p}{(1+p)(1+\frac{p}{8})} = \frac{K_p}{p(1+\frac{p}{8})}$$

Calcul du gain  $K_p$  pour obtenir une  $\sigma\varphi$  de  $45^\circ$

$$\varphi = -90^\circ - \arctan \frac{\omega}{8} = -135^\circ \Rightarrow \omega = 8 \tan 45^\circ = 8 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\frac{K_p}{\omega \sqrt{1 + \frac{\omega^2}{64}}} = 1 \Rightarrow 8 \sqrt{2} = \frac{11,31}{20 \log(K_p) = 20,06}$$

la fonction devient :  $\omega = H(p) = \frac{11,31}{p(1+0,125p)}$



Conclusions : La rapidité est satisfaite  $\omega_{dB-BO} = 8 \text{ rad.s}^{-1} > 7 \text{ rad.s}^{-1}$   
 La précision est satisfaite  $\varepsilon_s = 0 < 1^\circ$  (un intégrateur dans la B.O.)  
 La stabilité doit respecter la marge de  $45^\circ$  du cdcf

Dans la première méthode il faudrait prévoir une marge de phase de  $5,7^\circ$  (50,7°) pour assurer  $45^\circ$  de marge de phase.

Dans la seconde méthode on obtient exactement  $45^\circ$  de marge de phase. Par ailleurs il se trouve que la cassure compensée était très voisine de la valeur de  $1/8$  de la première question. Ce qui est un cas particulier.

La stabilité est satisfaite concernant la MG qui tend vers  $+\infty$

Rmq. si on avait compensé la seconde cassure, le système aurait été  $k_p$  plus haut. En effet  $\sigma\varphi = 45^\circ \Rightarrow \omega = 1 \text{ rad/s}$ .  
 $K_p = 1 \cdot \sqrt{2} = 1,41$

### Reprise de la méthode 1 pour $\sigma\varphi = 45^\circ$

on anticipe les pertes de  $5,7^\circ$  soit  $\sigma\varphi = 45^\circ + 5,7^\circ = 50,7^\circ$

$$H(p) = \frac{K_p}{(1+p)(1+\frac{p}{8})} \quad \varphi = -\arctan \omega - \arctan \frac{\omega}{8} = -129,3^\circ$$

soit  $\frac{\omega + \omega/8}{1 - \omega^2/8} = \tan 129,3^\circ$

### Recherche de $K_p$

avec  $\omega = 135^\circ = \omega_{dB}$   $\Rightarrow \frac{K_p}{\sqrt{1+\omega^2} \sqrt{1+\frac{\omega^2}{64}}} = 1$

$$K_p = \sqrt{1+8,31^2} \cdot \sqrt{1+(\frac{8,31}{8})^2} = 12,09$$

$$K_p = 12,09 \text{ soit } 21,64 \text{ dB}$$

### Placement du correcteur

$$\frac{1}{\beta} = 0,83 \text{ rad.s}^{-1} \Rightarrow \beta = 1,2 \text{ s} \quad H_c(p) = \frac{12,09(1+\frac{1,2p}{8})}{1,2p(1+p)(1+0,125p)}$$

$|H_c(p)| = 1$  pour  $\omega_{cda} = 8,35$  (très faible variation de  $\omega_{cda}$ )  
 confirmée ici

$$\sigma\varphi = -180^\circ + \varphi = 180 + \arg |H_c(p)| = \frac{-135,1^\circ + 180^\circ}{\text{soit } \sigma\varphi = 44,9^\circ}$$