Exercice 22 Asservissements

Corrigé

REGLAGE DES MARGES DE GAIN ET DE PHASE AVEC UN CORRECTEUR PROPORTIONNEL

$$FTBO(p) = \frac{k}{p(1+p+p^2)}$$ avec $k = 10$

$k = k_1 k_p = 1.10 = 10$

Calcul de $M\varphi$.

$$10 = \omega \cdot \sqrt{(1-\omega^2)^2 + \omega^2}$$

soit $100 = \omega^2\{(1-\omega^2)^2 + \omega^2\}$

$$100 = (1 - 2\omega^2 + \omega^4 + \omega^2)\omega^2$$

$$100 = (1 - \omega^2 + \omega^4)\omega^2 \Rightarrow \underline{\omega = 2,21 \text{ rad/s}}$$

$$\varphi = -90° - \arctan\frac{\omega}{1-\omega^2} - 180° = -90° - \arctan\frac{2,21}{1-(2,21)^2} - 180°$$

$$\varphi = -240,36° \Rightarrow \boxed{M\varphi = -60,36° \Rightarrow \text{instable}}$$

Calcul de MG.

pour $\varphi = -180°$

$$-90° - \arctan\frac{\omega}{1-\omega^2} = -180°$$

on note que pour $\omega = \omega_0$ on a $-90°$ pour le second ordre.

donc $M\varphi = -180°$ pour $\omega = \omega_0 = 1$ rad/s.

$$|H_{BO}(j\omega)| = \frac{k}{\omega\sqrt{(1-\omega^2)^2+\omega^2}} = \frac{10}{1\sqrt{(1-1^2)^2+1^2}} = 10$$

soit en dB. $20\log 10 = \underline{20 dB}$

$MG = 0 - 20 dB \Rightarrow \boxed{MG = -20 dB \Rightarrow \text{instable.}}$

Réglage de la Marge de phase à 45°

$$\varphi = -135° = -90° - \arctan \frac{\omega}{1-\omega^2}$$

$$\Rightarrow 45° = \arctan \frac{\omega}{1-\omega^2} \Rightarrow \frac{\omega}{1-\omega^2} = 1.$$

$$\Rightarrow 1 - \omega - \omega^2 = 0 \qquad \text{soit } \underline{\omega = 0{,}62 \text{ rad/s}}.$$

on veut avoir un gain de 0 dB pour cette pulsation

$$\frac{K}{\omega\sqrt{(1-\omega^2)^2+\omega^2}} = 1 \Rightarrow K = 0{,}62\sqrt{(1-0{,}62^2)^2+0{,}62^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{K = 0{,}54}$$

Le correcteur K_p vaut donc $\frac{0{,}54}{10} = 0{,}054$

soit $\underline{K_p = -45 \text{ dB}}$.

vérification de la marge de gain.

Pour $\varphi = -180°$ $\omega = ?$

on note que ce calcul ne varie pas lorsqu'on change k

donc on a toujours $\omega = 1$ rad/s.

$$|H_{BO}(j\omega)| = \frac{0{,}54}{\omega\left(\sqrt{(1-\omega^2)^2+\omega^2}\right)}$$

soit $20\log 0{,}54 =$

$\underline{-5{,}35 \text{ dB}}$

$\boxed{\text{soit une marge MG de } 0 - 5{,}38. = +5{,}38 \text{ dB}}$

$\boxed{\text{Insuffisante / aux 10 dB exigés.}}$

Réglage de la Marge de gain à 10 dB

On veut avoir un gain de $-10\,dB$ à $\omega_{-180°}$

soit pour $\omega = 1\,rad/s$. un gain de $10^{-\frac{10}{20}} = 0{,}316$

$$\left| H_{BO}(j\omega) \right| = 0{,}316 = \frac{k.}{1\sqrt{(1-\omega^2)^2+\omega^2}} = k$$

(avec $\omega = 1$)

$$\Rightarrow \boxed{k = 0{,}316}$$

soit un k_p de $\frac{0{,}316}{10}$

ou encore. $\underline{-30\,dB}$

Vérification de la Marge de φ.

Recherche de ω_{0dB}

$$\frac{0{,}316}{\omega\sqrt{(1-\omega^2)^2+\omega^2}} = 1 \Rightarrow \omega_{0dB} = 0{,}333 \text{ rad/s}$$

$$\varphi = -90° - \arctan\frac{0{,}333}{1-0{,}333^2} = -110{,}5°$$

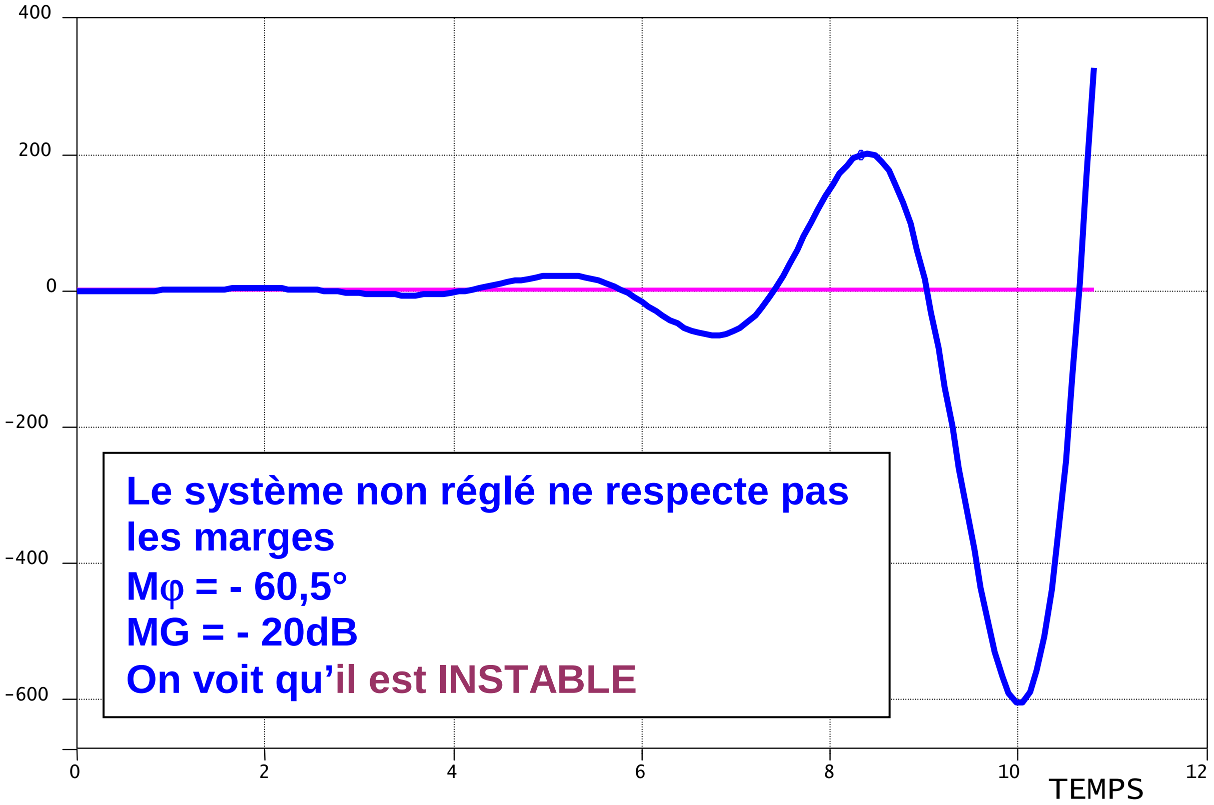
$$\Rightarrow \boxed{M\varphi = -110{,}5 + 180° \simeq 70° \Rightarrow \text{très stable}}$$

Le réglage qui convient est donc :

$$\boxed{H_{BO}(p) = \frac{0{,}316}{p(1+p+p^2)}}$$

Conclusion :

1 Réponse temporelle système non corrigé K = 10 → Instable



2 Réponse temporelle système corrigé avec un gain K = 0,54

3 Réponse temporelle système corrigé avec un gain K = 0,316