EXERCICE 9 SYSTEME DE POSITIONNEMENT D'UN APPAREIL D'IMAGERIE MEDICALE

3-Travail demandé

Corrigé

1. *Déterminer la valeur numérique du gain* K_r *du réducteur.*

$$\boxed{K_r = \frac{1}{558}}$$

2. *Déterminer la fonction de transfert en chaîne directe* $FTCD(p)$*, la fonction de transfert en boucle ouvert* $FTBO(p)$ *et la fonction de transfert en boucle fermée* $FTBF(p)$ *de cet asservissement. Exprimer les résultats en fonction de* K_a, K_m, K_r, K_c *et* T_m.

$$\boxed{FTCD(p) = \frac{K_a \cdot K_m \cdot K_r}{p \cdot (1 + T_m \cdot p)}} \quad \text{et} \quad \boxed{FTBO(p) = \frac{K_a \cdot K_m \cdot K_r \cdot K_c}{p \cdot (1 + T_m \cdot p)}}$$

$$FTBF(p) = \frac{FTCD(p)}{1 + FTBO(p)} = \frac{\dfrac{K_a \cdot K_m \cdot K_r}{p \cdot (1 + T_m \cdot p)}}{1 + \dfrac{K_a \cdot K_m \cdot K_r \cdot K_c}{p \cdot (1 + T_m \cdot p)}} = \boxed{\frac{K_a \cdot K_m \cdot K_r}{p \cdot (1 + T_m \cdot p) + K_a \cdot K_m \cdot K_r \cdot K_c}}$$

3. *Montrer que la fonction de transfert en boucle fermée de ce système peut s'écrire sous la forme d'un deuxième ordre* $\dfrac{K}{1 + \dfrac{2 \cdot z}{\omega_0} p + \dfrac{1}{\omega_0^2} p^2}$. *Donner l'expression littérale de* K, z *et* ω_0 *en fonction de* K_a, K_m, K_r, K_c *et* T_m.

$$FTBF(p) = \frac{1/K_c}{1 + \dfrac{1}{K_a \cdot K_m \cdot K_r \cdot K_c} p + \dfrac{T_m}{K_a \cdot K_m \cdot K_r \cdot K_c} \cdot p^2} = \frac{K}{1 + \dfrac{2 \cdot z}{\omega_0} p + \dfrac{1}{\omega_0^2} p^2}$$

Avec : $\boxed{K = \dfrac{1}{K_c}}$ $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\dfrac{K_a \cdot K_m \cdot K_r \cdot K_c}{T_m}}}$ $\boxed{z = \dfrac{1}{2\sqrt{T_m \cdot K_a \cdot K_m \cdot K_r \cdot K_c}}}$

4. *Tracer, en bleu, le diagramme de Bode asymptotique de la fonction de transfert en boucle ouverte sur le document réponse*

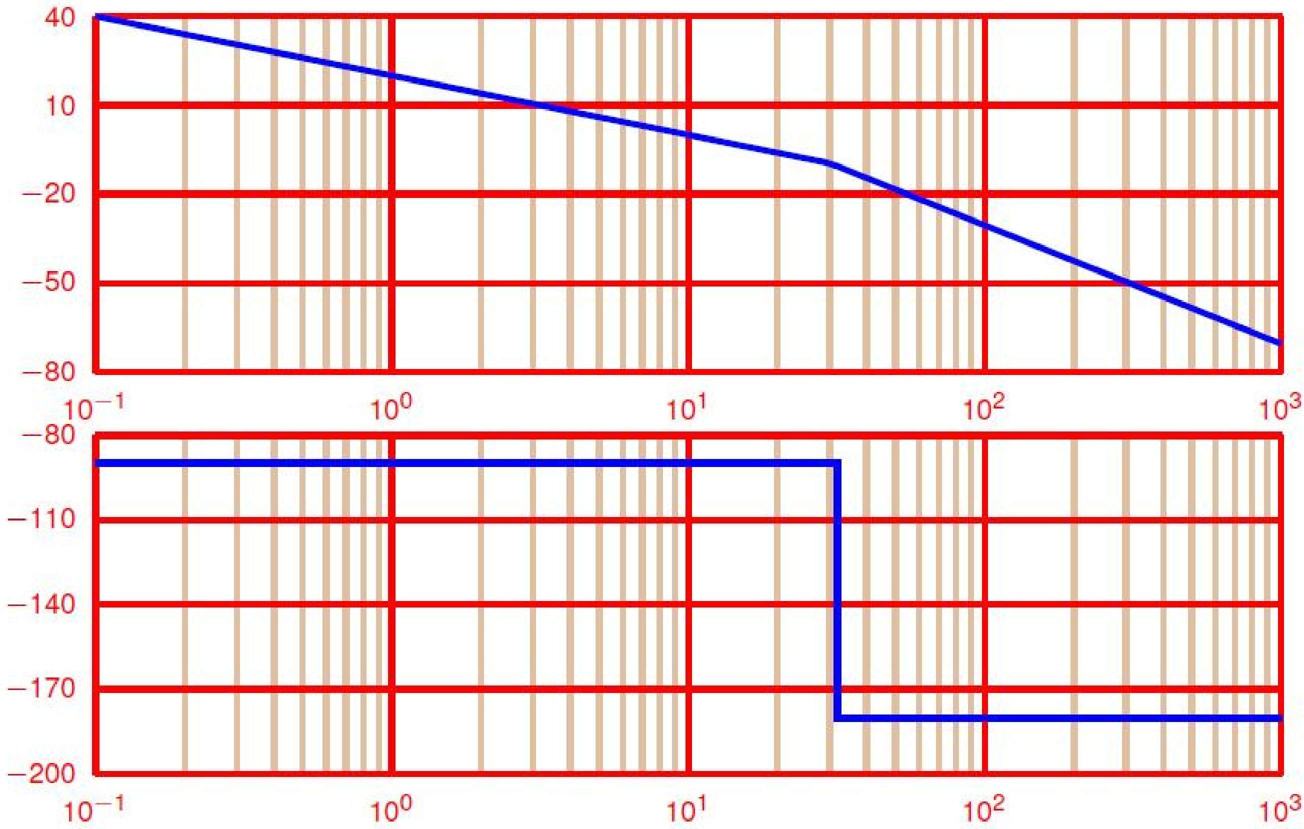
5. *Calculer le gain en décibel et la phase exacte pour* $\omega = 30\,\text{rad/s}$

$$a : G_{dB}(\omega) = 20 \cdot \log|FTBO(j\omega)| = 20 \cdot \log\left|\frac{10}{j\omega \cdot (1 + \frac{1}{30} \cdot j\omega)}\right| = 20 \cdot \log 10 - 20 \cdot \log \omega - 20 \cdot \log\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{30}\right)^2}$$

Donc : $\boxed{G_{dB}(\omega = 30) = -12{,}55\,\text{dB}}$

On a : $\varphi(\omega) = \arg\left(FTBO(j\omega)\right) = -(90° + \text{artan}\left(\dfrac{\omega}{30}\right))$

Donc : $\boxed{\varphi(\omega = 30) = -135°}$



6. Déterminer la pulsation qui annule le gain en décibel puis déterminer la marge de phase $M\varphi$ du système.

On cherche ω_{c0} tel que :

$$G_{dB}(\omega_{c0}) = 20 \cdot \log 10 - 20 \cdot \log \omega_{c0} - 20 \cdot \log \sqrt{1+\left(\frac{\omega_{c0}}{30}\right)} = 0$$

ou $$\left|FTBO(j\omega_{c0})\right| = \left|\frac{10}{j\omega_{c0} \cdot (1+\frac{1}{30} \cdot j\omega_{c0})}\right| = \frac{10}{\omega_{c0} \cdot \sqrt{1+\left(\frac{\omega_{c0}}{30}\right)^2}} = 1$$

On trouve : $\boxed{\omega_{c0} = 9{,}53 \text{ rad} \cdot \text{s-1}}$

La marge de phase est : $M\varphi = 180° + \arg\left(FTBO(j\omega_{c0})\right) = 180° - (90° + \text{artan}\left(\frac{\omega_{c0}}{30}\right)) = \boxed{72{,}4°}$

7. Conclure quant à la capacité du système à satisfaire le critère de marge de phase du cahier des charges.

On a une marge de phase $M\varphi > 45°$.

On peut donc conclure que le système est suffisamment stable au regard du cahier des charges.