

Exercice 8 Arbre de c^{de} de la transmission à variation continue Vario-Fendt

1. Présentation

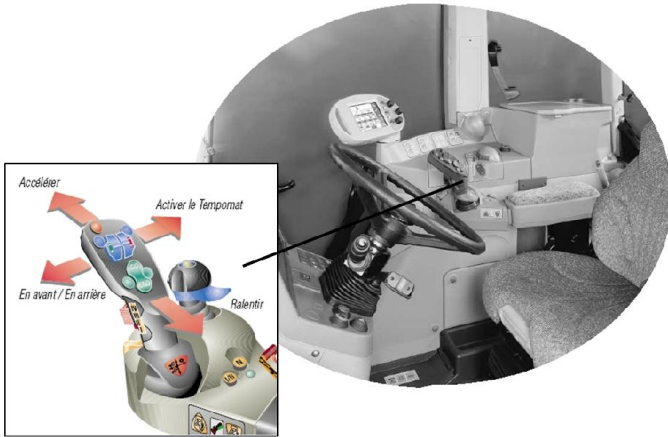
Sur un engin agricole, la transmission à variation continue remplace les fonctions de l'ensemble *boîte de vitesse à commande manuelle-embrayage* que l'on retrouve classiquement sur la plupart des voitures.

La transmission à variation continue, qui équipe la gamme de tracteurs Fendt 900 Vario, permet d'adapter de façon optimale la vitesse d'avancement du tracteur en fonction de ses conditions d'utilisation sans avoir à désaccoupler le moteur du reste de la chaîne de transmission de puissance.

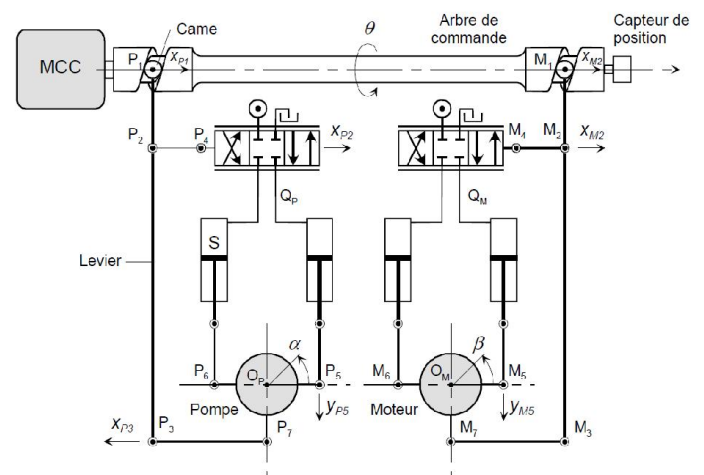


Tracteur Fendt 930 Vario

Pour commander le variateur, le conducteur dispose au sein de la cabine d'un joystick. Le joystick permet d'agir, par l'intermédiaire d'un moteur à courant continu asservi en position entraînant un arbre de commande à came, sur l'inclinaison d'éléments hydrostatiques (non étudiés ici).



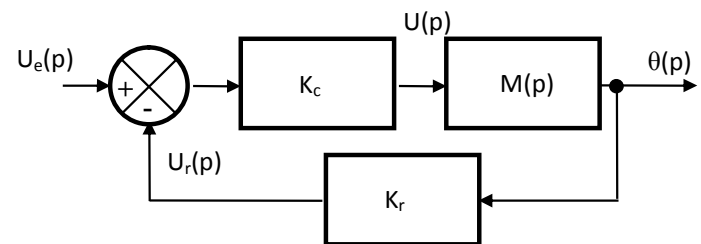
Joystick de commande



Transmission Vario

Dans la suite, on s'intéresse plus particulièrement à l'asservissement en position angulaire de l'arbre de commande de cette transmission modélisé à l'aide du schéma-bloc suivant :

- K_c : gain du correcteur à action proportionnelle ;
- $K_r = 2 \text{ V/rad}$: gain du capteur de position monté sur l'arbre de commande ;



Le moteur, de fonction de transfert $M(p)$, est un moteur à courant continu dont les équations caractéristiques sont les suivantes :

$$u(t) = R \cdot i(t) + k_e \cdot \frac{d\theta(t)}{dt}$$

$u(t)$: tension appliquée aux bornes du moteur

$i(t)$: courant d'induit

R : résistance de l'induit avec $R = 2\Omega$

J_e : inertie de l'arbre de commande avec $J_e = 6,25 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

k_e : constante de force contre électromotrice avec $k_e = 0,05 \text{ V / (rad / s)}$

k_a : constante de couple avec $k_a = 0,05 \text{ Nm / A}$

On considère nulles toutes les conditions initiales.

On donne ci-dessous un extrait de cahier des charges du système étudié.

Exigence		Critère	Niveau	Flexibilité
Id2.0	Réagir rapidement aux consignes du conducteur	temps de réponse à 5% pour une consigne d'entrée de type échelon	< 1s	<i>aucune</i>

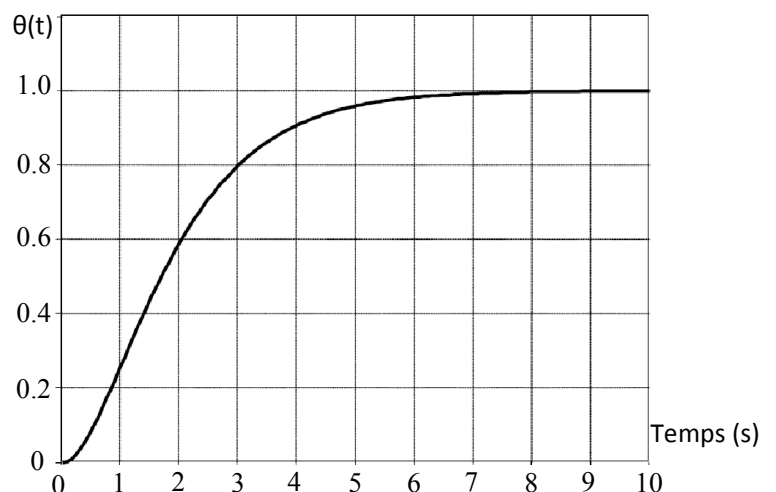
2. Objectif

Valider le critère du cahier des charges.

3. Travail demandé

- Déterminer la fonction de transfert $M(p)$ du moteur électrique et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme canonique $\frac{K_m}{p \cdot (1 + \tau_m \cdot p)}$. Donner les expressions littérales de K_m et τ_m . Faire les applications numériques.
- Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(p)$ du système d'asservissement en position angulaire de l'arbre de commande de la transmission. En déduire l'expression du gain statique de boucle ouverte K_{BO} .
- Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H(p)$ du système et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme classique d'un système du second ordre. Donner l'expression littérale de K_{BF} . Donner l'expression littérale de z et ω_0 en fonction de K_{BO} et τ_m .
- Déterminer la valeur de K_{BO} qui assure une réponse du système à une entrée de type échelon la plus rapide possible sans toutefois produire de dépassement. En déduire la valeur du gain K_c à donner au correcteur à action proportionnelle.
- Montrer qu'avec la valeur de K_c choisie précédemment, la fonction de transfert en boucle fermée peut se mettre sous la forme $\frac{K_{BF}}{(1 + T \cdot p)^2}$. Faire l'application numérique pour K_{BF} et T .

La figure ci-contre montre l'évolution de la réponse du moteur à un échelon d'amplitude 2V :



- Déterminer, à l'aide de ce graphique, le temps de réponse à 5% du système d'asservissement en position angulaire de l'arbre de commande de la transmission.
- Le système respecte-t-il les exigences du cahier des charges ?