<u>EXERCICE 8</u> ARBRE DE C^DE^ DE LA TRANSMISSION A VARIATION CONTINUE VARIO-FENDT

3 Travail demandé

1. Déterminer la fonction de transfert $M(p)$ du moteur électrique et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme canonique $\dfrac{K_m}{p\cdot(1+\tau_m\cdot p)}$. Donner les expressions littérales de K_m et τ_m. Faire les applications numériques.

Corrigé

$$u(t) = R\cdot i(t)+k_e\cdot\frac{d\theta(t)}{dt} \xrightarrow{L} U(p) = R\cdot I(p)+k_e\cdot p\cdot\theta(p)$$

$$J_e\cdot\frac{d^2\theta(t)}{dt^2}=k_a\cdot i(t)\xrightarrow{L} J_e\cdot p^2\cdot\theta(p)=k_a\cdot I(p)$$

On en déduit :

$$U(p) = \theta(p)\cdot\left(R\cdot\frac{J_e\cdot p^2}{k_a}+k_e\cdot p\right)\Rightarrow M(p)=\frac{\theta(p)}{U(p)}=\frac{1}{p\cdot\left(\frac{R\cdot J_e}{k_a}\cdot p+k_e\right)}=\boxed{\frac{1/k_e}{p\cdot\left(\frac{R\cdot J_e}{k_e\cdot k_a}\cdot p+1\right)}}$$

On a donc : $M(p)=\dfrac{K_m}{p\cdot(1+\tau_m\cdot p)}$ avec $\boxed{K_m=\dfrac{1}{k_e}}$ et $\boxed{\tau_m=\dfrac{R\cdot J_e}{k_e\cdot k_a}}$

Applications numériques : $\boxed{K_m=20\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}\cdot V^{-1}}}$ et $\boxed{\tau_m=0{,}5\,\mathrm{s}}$

2. Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(p)$ du système d'asservissement en position angulaire de l'arbre de commande de la transmission. En déduire l'expression du gain statique de boucle ouverte K_{BO}.

On a : $H_{BO}(p)=K_c\cdot K_r\cdot M(p)=\boxed{\dfrac{K_c\cdot K_r\cdot K_m}{p\cdot(1+\tau_m\cdot p)}=\dfrac{K_{BO}}{p\cdot(1+\tau_m\cdot p)}}$ avec $\boxed{K_{BO}=K_c\cdot K_r\cdot K_m}$

3. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H(p)$ du système et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme classique d'un système du second ordre. Donner l'expression littérale de K_{BF}. Donner l'expression littérale de z et ω_0 en fonction de K_{BO} et τ_m.

On a :

$$H(p)=\frac{\dfrac{K_c\cdot K_m}{p\cdot(1+\tau_m\cdot p)}}{1+\dfrac{K_c\cdot K_r\cdot K_m}{p\cdot(1+\tau_m\cdot p)}}=\frac{K_c\cdot K_m}{p\cdot(1+\tau_m\cdot p)+K_c\cdot K_r\cdot K_m}=\boxed{\frac{1/K_r}{1+\frac{1}{K_{BO}}\cdot p+\frac{\tau_m}{K_{BO}}\cdot p^2}}$$

Donc : $\boxed{K_{BF}=\dfrac{1}{K_r}}$ $\boxed{\omega_0=\sqrt{\dfrac{K_{BO}}{\tau_m}}}$ $\boxed{z=\dfrac{1}{2\sqrt{K_{BO}\cdot\tau_m}}}$

4. Déterminer la valeur de K_{BO} qui assure une réponse du système à une entrée de type échelon la plus rapide possible sans toutefois produire de dépassement. En déduire la valeur du gain K_c à donner au correcteur à action proportionnelle.

Système du 2[ème] ordre le plus rapide sans dépassement : $z=1$

$$z=\frac{1}{2\sqrt{K_{BO}\cdot\tau_m}}=1\Rightarrow\boxed{K_{BO}=\frac{1}{4\cdot\tau_m}}$$

Cela implique :

$$K_c\cdot K_r\cdot K_m=\frac{1}{4\cdot\tau_m}\Rightarrow K_c=\frac{1}{4\cdot\tau_m\cdot K_r\cdot K_m}\Rightarrow\boxed{K_c=0{,}125}$$ (sans unité)

5. Montrer qu'avec la valeur de K_c choisie précédemment, la fonction de transfert en boucle fermée peut se mettre sous la forme $\frac{K_{BF}}{(1+T\cdot p)^2}$. Faire l'application numérique pour K_{BF} et T.

Pour $z=1$, le polynôme caractéristique du polynôme caractéristique admets deux racines réelles doubles.

Ces pôles sont $p_1=p_2=-\omega_0$.

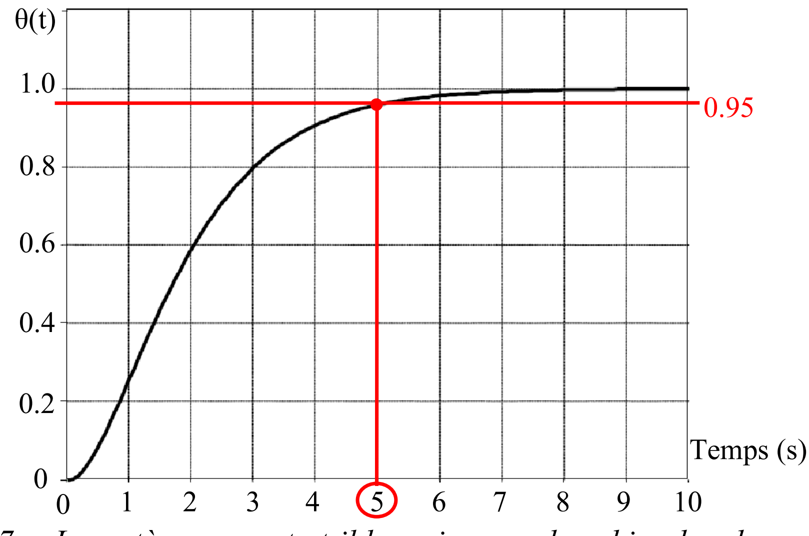
On peut donc factoriser le polynôme caractéristique et le mettre sous la forme : $(1+T\cdot p)^2$ avec $T=\frac{1}{\omega_0}$

On a donc :

$$H(p)=\frac{K_{BF}}{(1+T\cdot p)^2}$$ avec $K_{BF}=\frac{1}{K_r}=\boxed{0{,}5\ \text{rad}\cdot\text{V}^{-1}}$ et $T=\frac{1}{\omega_0}=\sqrt{\frac{\tau_m}{K_{BO}}}=2\cdot\tau_m=\boxed{1\ \text{s}}$

6. Déterminer, à l'aide de ce graphique, le temps de réponse à 5% du système d'asservissement en position angulaire de l'arbre de commande de la transmission

Graphiquement, on relève que : $\boxed{t_{5\%}\approx 5\ \text{s}}$



7. Le système respecte-t-il les exigences du cahier des charges ?

On a $t_{5\%}>1\text{s}$, l'exigence de rapidité du cahier des charges n'est donc pas respectée.