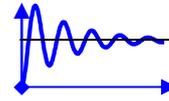
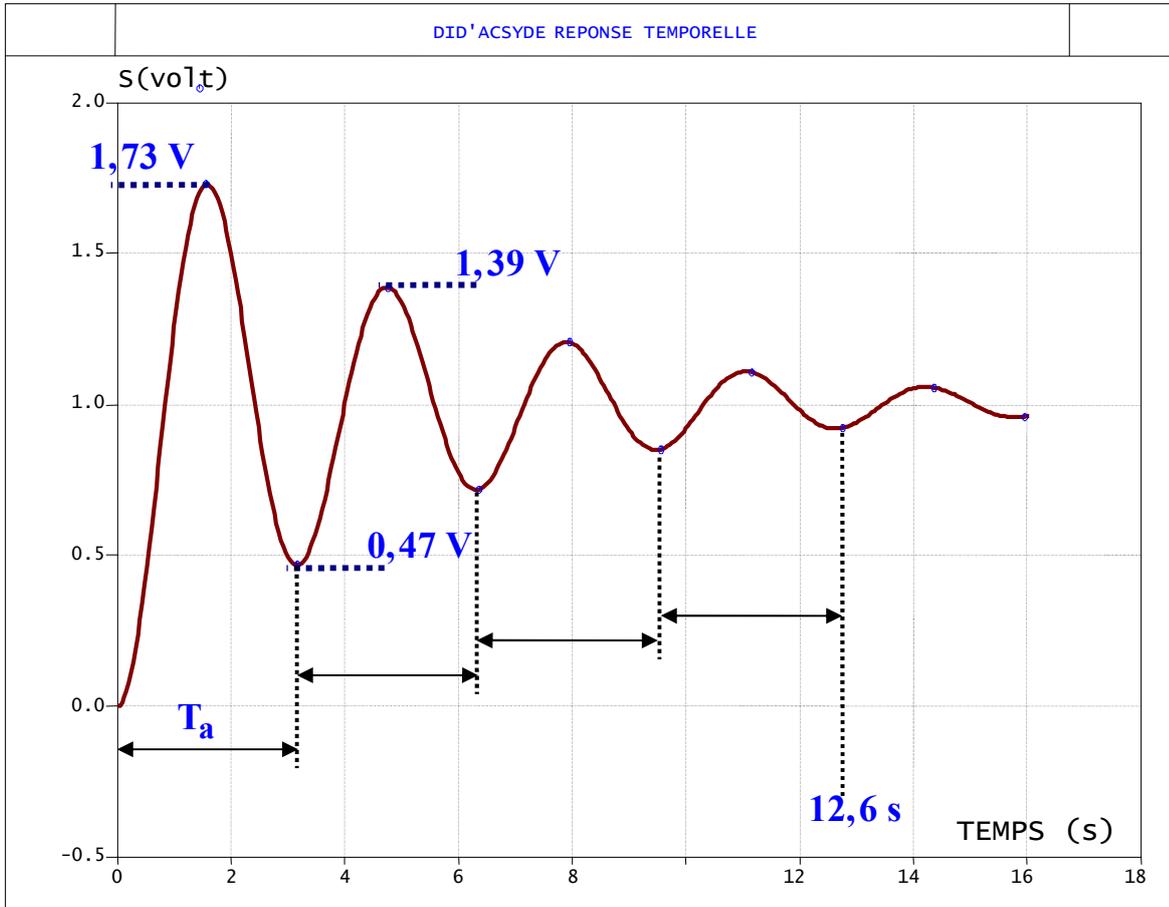


Exercice 12 - Réglage d'un système (C2-C5).

Asservissements : Performances des systèmes



➤ 1- Identifier la réponse indicielle de la fonction de transfert en boucle fermée.



➤ Le gain statique $G_{BF} = \frac{S(\infty)}{E_0} = 1$

$$G_{BF} = 1$$

➤ $D_1\% = \frac{S_{max} - S(\infty)}{S(\infty)} = \frac{1,73 - 1}{1} = 0,73$

On note que la modélisation du second ordre est compatible avec :

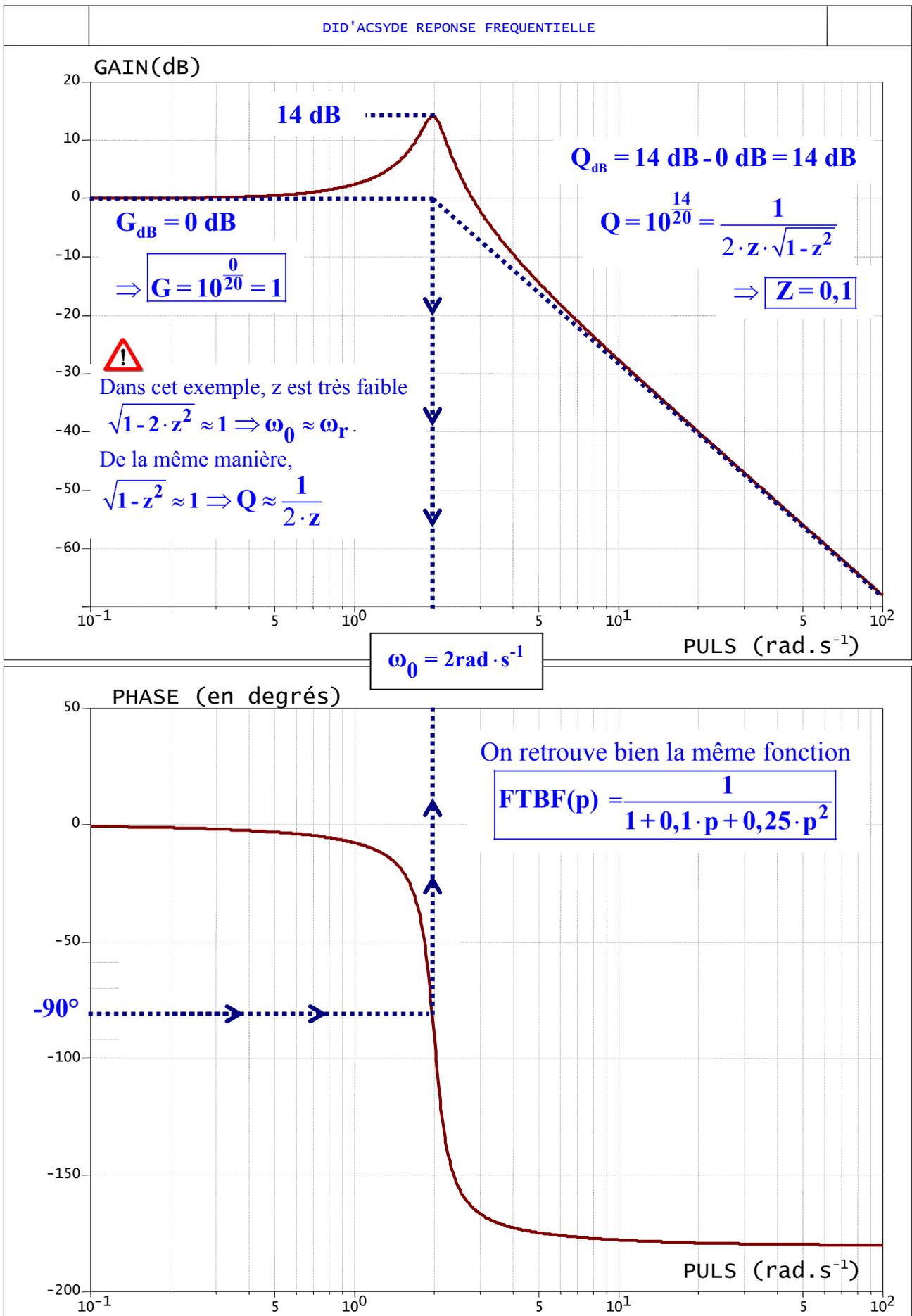
$$D_2\% = \frac{1 - 0,47}{1} = 0,53 = (D_1\%)^2 \quad \text{et} \quad D_3\% = \frac{1,39 - 1}{1} = 0,39 = (D_1\%)^3$$

Par ailleurs $D_1\% = e^{\frac{-\pi z}{\sqrt{1-z^2}}} = 0,73 \Rightarrow z = 0,1$

➤ $T_a = \frac{12,6 \text{ s}}{4} = 3,15 \text{ s} \Rightarrow \omega_a = \frac{2\pi}{T_a} = \omega_0 \cdot \sqrt{1-z^2} \Rightarrow \omega_0 = 2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

➤ On en déduit la FTBF(p) = $\frac{1}{1 + \frac{2 \cdot z}{\omega_0} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_0^2}} = \frac{1}{1 + 0,1 \cdot p + 0,25 \cdot p^2}$

➤ 2-Identifier la réponse fréquentielle de la FTBF.



➤ 3-Proposer un modèle pour la FTBO puis calculer ses paramètres caractéristiques.

$$\mathbf{BF}(p) = \frac{\mathbf{BO}(p)}{1+\mathbf{BO}(p)} \Rightarrow \mathbf{BO}(p) = \frac{\mathbf{BF}(p)}{1-\mathbf{BF}(p)}$$

$$\text{Avec } \mathbf{BF}(p) = \frac{1}{1+0,1 \cdot p + 0,25 \cdot p^2}$$

$$\Rightarrow \mathbf{BO}(p) = \frac{1}{\cancel{1+0,1 \cdot p + 0,25 \cdot p^2} - \cancel{1}} \Rightarrow \boxed{\mathbf{BO}(p) = \frac{10}{p(1+2,5p)}}$$

Autre méthode :

Lorsque la FTBO possède un intégrateur et que le retour est unitaire alors la FTBF a un gain unitaire (et réciproquement).

$$\text{La BO est donc de classe 1 et d'ordre 2} \Rightarrow \boxed{\mathbf{BO}(p) = \frac{G}{p(1+\tau p)}}$$

$$\text{On peut déterminer en fonction de G et} \Rightarrow \mathbf{BF}(p) = \frac{G}{G+p(1+\tau p)} = \frac{1}{1+\frac{p}{G} + \frac{\tau p^2}{G}}$$

Il reste à identifier les deux expressions de la FTBF

$$\mathbf{BF}(p) = \frac{1}{1+\frac{p}{G} + \frac{\tau p^2}{G}} = \frac{1}{1+0,1+0,25 \cdot p^2} \Rightarrow G=10 \text{ et } \tau=2,5s$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{BO}(p) = \frac{10}{p(1+2,5p)}}$$

➤ 4-Effectuer le tracé du diagramme de Bode de la FTBO

Justification :

On factorise sous la forme d'un produit de deux fonctions

Diagramme asymptotique :

$$\mathbf{H}_1(p) = \frac{10}{p} \text{ avec une pente à } -20 \text{ dB / décade et qui coupe } 0\text{dB pour } \omega = 10\text{rad.s}^{-1}$$

avec une phase à -90°

$$\mathbf{H}_2(p) = \frac{1}{1+2,5p} \text{ a une cassure à } \omega = \frac{1}{2,5} = 0,4\text{rad.s}^{-1}$$

une pente nulle avant la cassure et une pente à -20 dB / décade après la cassure avec une phase à 0° avant la cassure et à -90° après la cassure

Puis, on effectue la somme des tracés des gains en dB et la somme des phases.

$$\text{Tracé de la courbe } \mathbf{BO}(j \cdot \omega) = \frac{10}{j \cdot \omega \cdot (1+2,5 \cdot j \cdot \omega)}$$

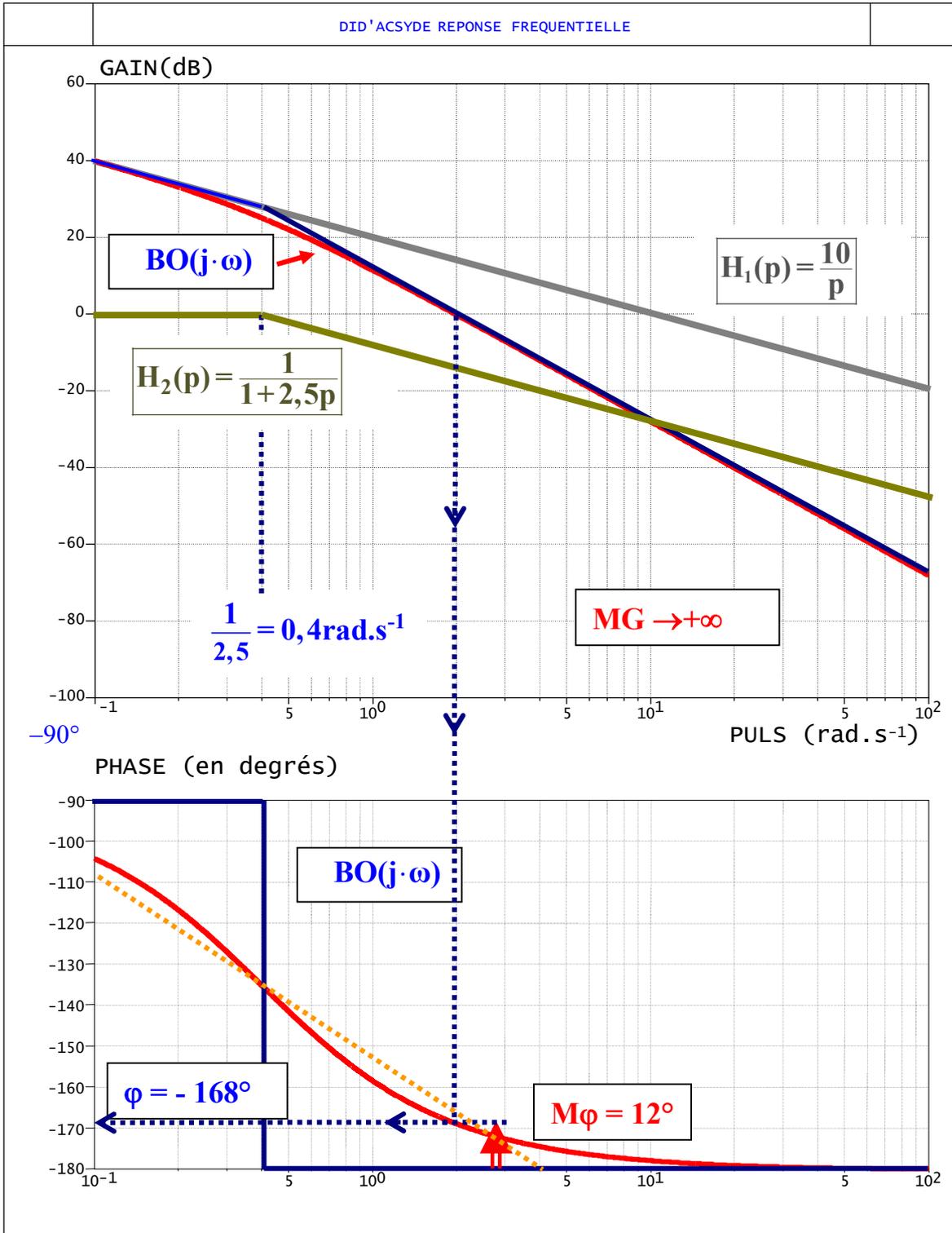
Gain : Affaiblissement de 3dB à la cassure.

Phase : on peut s'appuyer sur la droite voisine.

Pour d'autres points

$$\Rightarrow \boxed{|\mathbf{BO}(j \cdot \omega)| = \frac{10}{\omega \cdot \sqrt{1+(2,5 \cdot \omega)^2}}} \quad \boxed{\Phi(j \cdot \omega) = -90^\circ - \arctan(2,5 \cdot \omega)}$$

➤ 4-(suite)



➤ 5 - Retrouver ces résultats par le calcul.

Recherche de ω_{0dB} . Lorsque le gain vaut 0dB, $|\mathbf{BO}(j\cdot\omega)|=1$

$$\Rightarrow \frac{10}{\omega \cdot \sqrt{1+(2,5\cdot\omega)^2}} = 1 \Rightarrow 100 = \omega^2 \cdot (1+(2,5\cdot\omega)^2) \Rightarrow \boxed{\omega_{0dB} = 2\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}}$$

On peut déterminer la phase $\varphi(\omega_{0dB}) = -90^\circ - \arctan(2,5 \times 2) = -168,7^\circ$

Et on en déduit la marge de phase $\boxed{M\varphi = 180^\circ - 168,7^\circ = 11,3^\circ}$

$M\varphi = 11,3^\circ < 45^\circ \Rightarrow$ Le critère de stabilité n'est pas satisfait.

➤ 6 - Précision : Choisir un critère et proposer une valeur numérique.

Il y a un intégrateur dans la FTBO \Rightarrow l'écart statique est nul $\varepsilon_s\% = 0 < 2\%$

Le critère de précision est satisfait.

➤ 7 - Rapidité : Choisir un critère et proposer une valeur numérique.

La bande passante à -3dB relevée sur le Bode de la BF est d'environ 3rad.s⁻¹.
Valeur inférieure à 10rad.s⁻¹ (1,6 Hz).

On peut prendre le **temps de montée** $\approx 0,8\text{s}$

Ou encore le **temps pour atteindre le premier maximum.** = 1,6s

Mais ces critères ne figurent pas au cahier des charges.

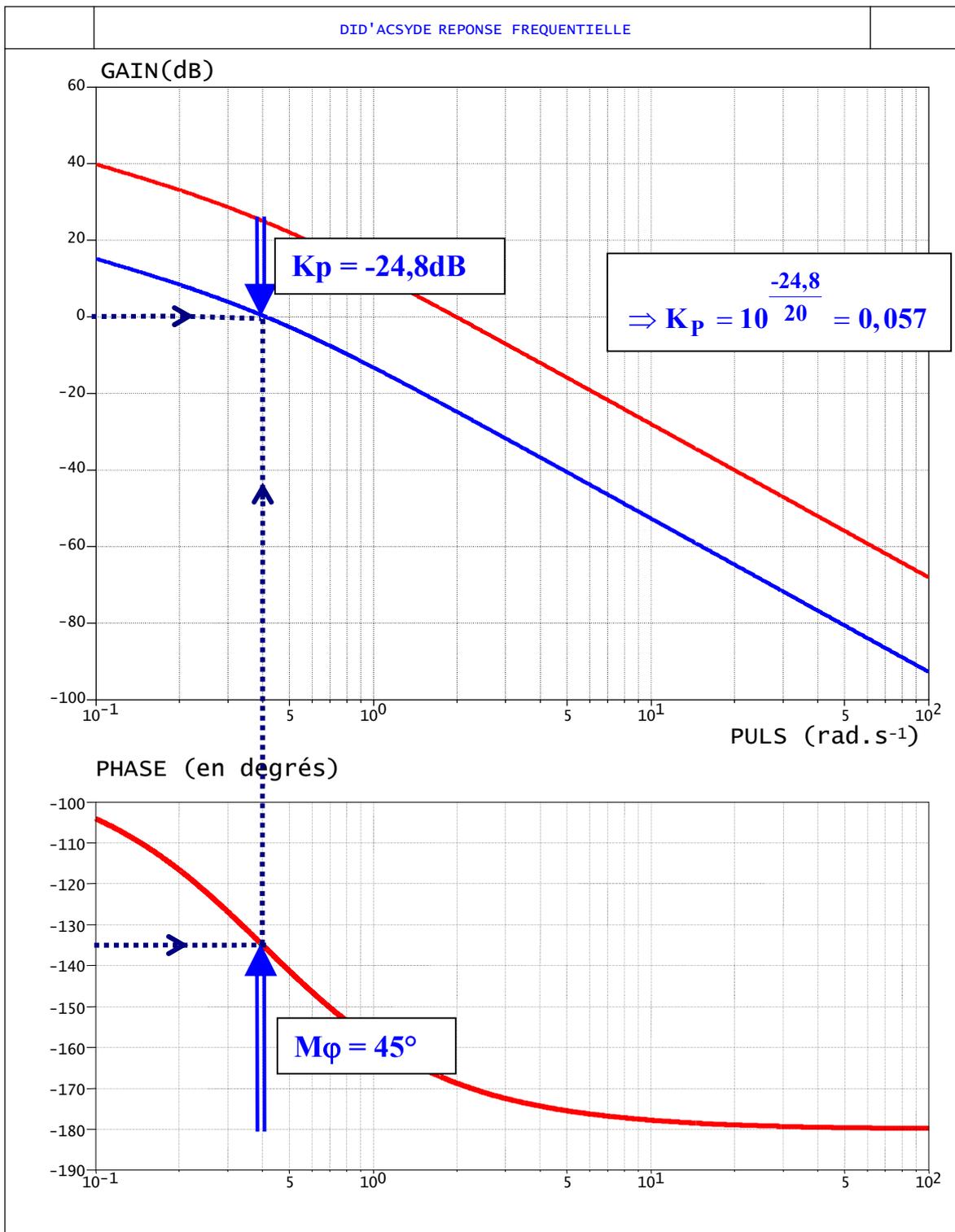
 Attention le temps de réponse à 5%, dans le cas d'un système pas très stable rend compte à la fois de la stabilité et de la rapidité.

Conclure.

La stabilité n'étant pas satisfaite, il faudra corriger le système.

Premier réglage

- 8 - (à la fois sur les diagrammes de Bode et de Black).
Déterminer graphiquement la valeur du correcteur proportionnel K_P qui permettra d'obtenir une marge de phase de 45° .



➤ 9 - Retrouver K_p par le calcul.

$$M\varphi = 45^\circ \Rightarrow \varphi(j \cdot \omega) = -135^\circ \Rightarrow -90^\circ - \arctan(2,5 \cdot \omega) = -135^\circ$$

$$\Rightarrow \arctan(2,5 \cdot \omega) = 45^\circ \Rightarrow \omega_{-135^\circ} = 0,4 \text{ rad.s}^{-1}$$

On note qu'on retrouve la valeur de la pulsation de cassure.

Le gain vaut alors :

$$\Rightarrow |\text{BO}(\omega_{-135^\circ})| = \frac{10}{0,4 \cdot \sqrt{1 + (2,5 \cdot 0,4)^2}} = \frac{10}{0,4 \cdot \sqrt{1 + (2,5 \cdot 0,4)^2}} = 17,7$$

$$\text{Soit en dB} \Rightarrow 20 \cdot \log[|\text{BO}(\omega_{-135^\circ})|] = 24,8 \text{ dB}$$

La courbe doit couper l'horizontale à 0dB pour $\omega_{-135^\circ} = 0,4 \text{ rad.s}^{-1}$

Il faut donc descendre la courbe de gain de 24,8dB $\Rightarrow K_{p_{\text{dB}}} = -24,8 \text{ dB}$

$$\text{Soit} \Rightarrow K_p = 10^{\frac{-24,8}{20}} = 0,057$$

$$\text{La fonction corrigée s'exprime alors :} \Rightarrow \text{BO}(p) = \frac{0,57}{p(1+2,5p)}$$

Second réglage

➤ 10 - (Sur le diagramme de Bode).

On règle le système pour obtenir $\omega_{0\text{db}} = 10 \text{ rad.s}^{-1}$ pour la B.O.

- Déterminer graphiquement la nouvelle valeur de K_p ?

Le gain pour $\omega = 10 \text{ rad.s}^{-1}$ doit être de 0dB

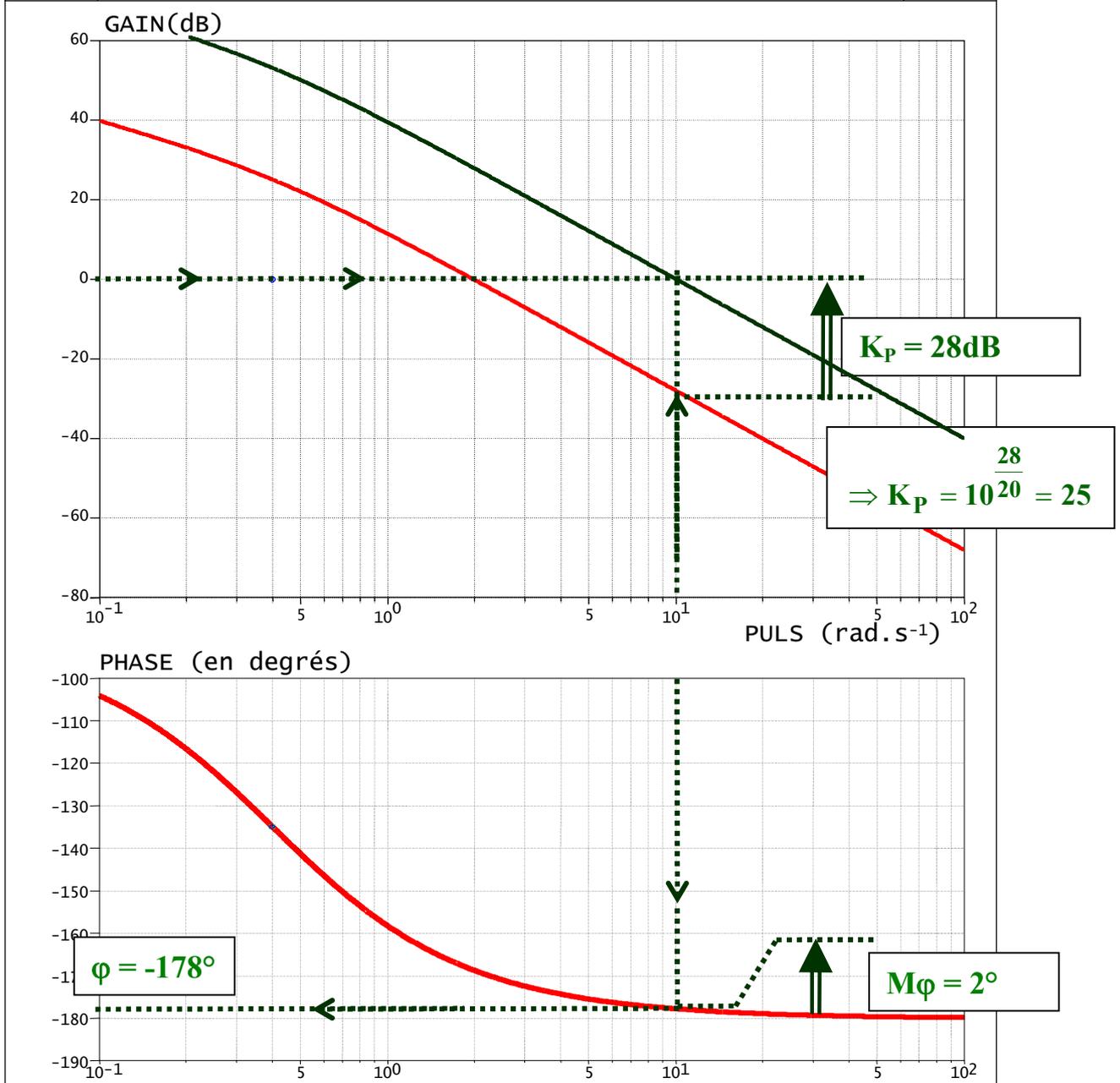
Actuellement pour cette valeur de ω , le gain vaut

$$\Rightarrow |\text{BO}(\omega_{-135^\circ})| = \frac{10}{10 \cdot \sqrt{1 + (2,5 \cdot 10)^2}} = \frac{10}{10 \cdot \sqrt{1 + (250)^2}} \approx \frac{1}{25}$$

$$\Rightarrow |\text{BO}(\omega_{-135^\circ})| = \frac{10}{10 \cdot \sqrt{1 + (2,5 \cdot 10)^2}} = \frac{10}{10 \cdot \sqrt{1 + (250)^2}} \approx \frac{1}{25}$$

$$\Rightarrow 20 \cdot \log[|\text{BO}(\omega)|] = -28 \text{ dB}$$

Il faut donc remonter la courbe de 28dB $\Rightarrow K_p = 25$



- Quelle est la performance visée par ce réglage ?
C'est la rapidité. En effet si la bande passante est élevée,
- Que deviennent les autres performances ?
Pour la stabilité, retrouvons la marge de phase :
 $\phi(j \cdot \omega) = -90^\circ - \arctan(2,5 \cdot 10) = -178^\circ$
On voit que la marge de phase s'est beaucoup détériorée
 $M_\phi = 180^\circ - 178^\circ = 2^\circ$

Conclure.

Le système ne respecte plus le critère de stabilité $M_\phi = 2^\circ < 45^\circ$