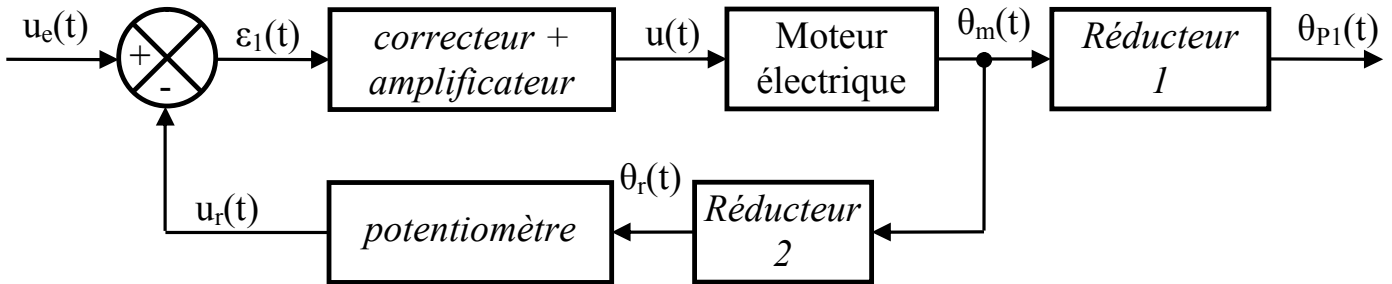


EXERCICE 10 SYSTEME Plan horizontal réglable de l'Airbus A340

3 Travail demandé



1. Elaborez le schéma-bloc fonctionnel de cet asservissement.



2. Déterminer une fonction de transfert approchée du moteur.

Par identification, on trouve :
$$H_m(p) \approx \frac{50}{1 + 0,01 \cdot p}$$

3. Déterminer la fonction de transfert $M(p) = \frac{\theta_m(p)}{U(p)}$ du moteur électrique.

Modèle de connaissance du moteur dans le domaine de Laplace, en supposant les conditions initiales nulles :

$$u(t) = e(t) + R \cdot i(t) \xrightarrow{L} U(p) = E(p) + R \cdot I(p)$$

$$e(t) = k_e \cdot \omega_m(t) \xrightarrow{L} E(p) = k_e \cdot \Omega_m(p)$$

$$C_m(t) = J_e \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} \xrightarrow{L} C_m(p) = J_e \cdot p \cdot \Omega_m(p)$$

$$C_m(t) = k_a \cdot i(t) \xrightarrow{L} C_m(p) = k_a \cdot I(p)$$

On en déduit :

$$U(p) = k_e \cdot \Omega_m(p) + \frac{R}{k_a} \cdot J_e \cdot p \cdot \Omega_m(p) \Rightarrow U(p) = \Omega_m(p) \cdot \left(k_e + \frac{R \cdot J_e}{k_a} \cdot p \right)$$

De plus, on a : $\omega_m(t) = \frac{d\theta_m(t)}{dt} \xrightarrow{L} \Omega_m(p) = p \cdot \theta_m(p)$

Ce qui conduit à :
$$M(p) = \frac{\theta_m(p)}{U(p)} = \frac{1}{p \cdot \left(k_e + \frac{R \cdot J_e}{k_a} \cdot p \right)}$$

4. Montrer qu'elle peut se mettre sous la forme d'un intégrateur $\frac{1}{p}$ multiplié par une fonction de transfert du premier ordre de gain statique K_m et de constante de temps τ_m . Donner les expressions littérales de K_m et τ_m . Faire les applications numériques.

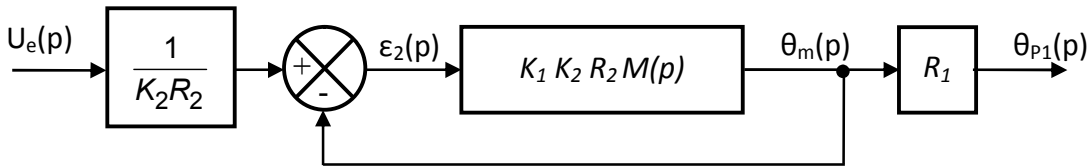
On a :

$$M(p) = \frac{\theta_m(p)}{U(p)} = \frac{\frac{1}{k_e}}{p \cdot \left(1 + \frac{R \cdot J_e}{k_e \cdot k_a} \cdot p \right)} = \frac{1}{p} \cdot \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p} \quad \text{avec} \quad K_m = \frac{1}{k_e} \quad \text{et} \quad \tau_m = \frac{R \cdot J_e}{k_e \cdot k_a}$$

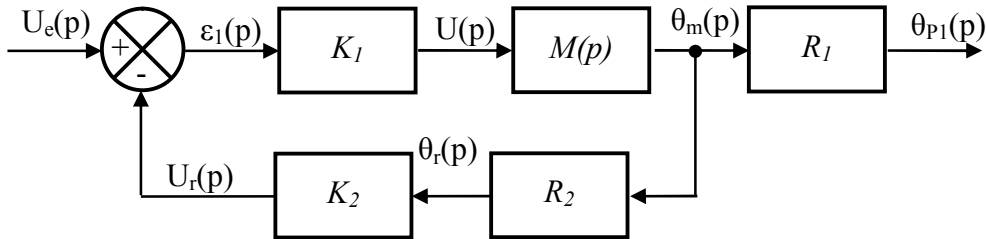
Applications numériques :

$$K_m = 50 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1} \quad \text{et} \quad \tau_m = 0,01 \text{ s}$$

5. Montrer que le schéma bloc de l'asservissement en position angulaire peut se mettre sous la forme suivante :



On a :



Pour faire apparaître une boucle de retour unitaire, il faut déplacer les deux blocs K_2 et R_2 dans la chaîne directe. Il faut alors penser à diviser l'entrée par $K_2 \times R_2$ pour obtenir un schéma-bloc équivalent.

6. Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte $T(p) = \frac{\theta_m(p)}{\varepsilon_2(p)}$, la mettre sous la forme

$$T(p) = \frac{K_{BO}}{p \cdot (1 + \tau_m \cdot p)} \text{ et en déduire l'expression du gain de boucle ouverte } K_{BO}.$$

On a :

$$T(p) = \frac{\theta_m(p)}{\varepsilon_2(p)} = K_1 \cdot K_2 \cdot R_2 \cdot M(p) = K_1 \cdot K_2 \cdot R_2 \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p} = \frac{K_{BO}}{p \cdot (1 + \tau_m \cdot p)}$$

avec

$$K_{BO} = K_1 \cdot K_2 \cdot R_2 \cdot K_m$$

7. Déterminer la fonction de transfert $F(p) = \frac{\theta_{P1}(p)}{U_e(p)}$. Montrer qu'elle peut se mettre sous la forme

d'un système du second ordre. On notera K_{BF} le gain statique, z le coefficient d'amortissement et ω_0 la pulsation propre.

On a :

$$F(p) = \frac{\theta_{P1}(p)}{U_e(p)} = \frac{1}{K_2 \cdot R_2} \cdot \frac{T(p)}{1 + T(p)} \cdot R_1 = \frac{R_1}{K_2 \cdot R_2} \cdot \frac{K_{BO}}{p \cdot (1 + \tau_m \cdot p) + K_{BO}} =$$

$$\Rightarrow F(p) = \frac{\frac{R_1}{K_2 \cdot R_2}}{1 + \frac{1}{K_{BO}} \cdot p + \frac{\tau_m}{K_{BO}} \cdot p} = \frac{K_{BF}}{1 + \frac{2 \cdot z}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2}$$

8. Donner l'expression littérale de K_{BF} en fonction de R_1 , R_2 et K_2 . Donner l'expression littérale de z et ω_0 en fonction de K_{BO} et τ_m .

$$K_{BF} = \frac{R_1}{K_2 \cdot R_2}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K_{BO}}{\tau_m}}$$

$$z = \frac{1}{2\sqrt{K_{BO} \cdot \tau_m}}$$

9. Déterminer la valeur du gain de boucle K_{BO} qui permet d'assurer que la réponse à une entrée de type échelon soit la plus rapide possible sans toutefois produire de dépassement.

Pour un système du 2^{ème} ordre, la réponse à un échelon la plus rapide sans dépassement est obtenue pour $z = 1$. Ce qui implique que :

$$\frac{1}{2\sqrt{K_{BO} \cdot \tau_m}} = 1 \Rightarrow K_{BO} = \frac{1}{4 \cdot \tau_m} = \boxed{25 \text{ rad} \cdot \text{V}^{-1}}$$

10. Déterminer l'erreur de position du système. Indiquer si le système est précis et conclure vis-à-vis du cahier des charges.

La FTBO est de classe 1, l'erreur de position est donc nulle. Le critère du cahier des charges est donc respecté, l'exigence de précision est en partie vérifiée.

11. Déterminer le temps de réponse à 5% du système et conclure vis-à-vis du cahier des charges.

Pour $z = 1$, on a $t_{5\%} \times \omega_0 \approx 5$. On a donc :

$$t_{5\%} \approx \frac{5}{\omega_0} \Rightarrow t_{5\%} \approx \frac{5 \cdot \sqrt{\tau_m}}{\sqrt{K_{BO}}} \approx \boxed{0,1 \text{ s}}$$

Le critère du cahier des charges est donc respecté, l'exigence de rapidité est vérifiée.

12. Déterminer la marge de phase pour cette valeur de K_{BO} et conclure vis-à-vis du cahier des charges.

On a :

$$M_\varphi = 180^\circ + \arg(T(j\omega_{c0})) = 180^\circ + \arg\left(\frac{K_{BO}}{j\omega_{c0} \cdot (1 + \tau_m \cdot j\omega_{c0})}\right) = 180^\circ - (90^\circ + \arctan(\tau_m \cdot \omega_{c0}))$$

A priori, $\omega_{c0} \approx K_{BO} \approx 25 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, car c'est le point d'intersection entre l'asymptote à la courbe de gain pour les basses fréquences et l'axe des 0 dB.

Cependant, étant donné que la pulsation de cassure $\frac{1}{\tau_m} = 100 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ est proche de cette valeur de K_{BO}

(¹), il est plus sûr de déterminer précisément ω_{c0} .

On a :

$$G_{dB}(\omega_{c0}) = 20 \cdot \log\left|\frac{K_{BO}}{j\omega_{c0} \cdot (1 + \tau_m \cdot j\omega_{c0})}\right| = 0 \Rightarrow \left|\frac{K_{BO}}{j\omega_{c0} \cdot (1 + \tau_m \cdot j\omega_{c0})}\right| = 1$$

$$\frac{K_{BO}}{\omega_{c0} \sqrt{1 + \tau_m^2 \cdot \omega_{c0}^2}} = 1 \Rightarrow \omega_{c0} = \boxed{24,3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}}$$

$$\text{On a donc : } \boxed{M_\varphi = 76^\circ}$$

Le critère du cahier des charges est donc respecté, l'exigence de stabilité est vérifiée.

- (1) Pour information, diagramme de Bode asymptotique et réel avec K_{BO} et $\frac{1}{\tau_m} = 30 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ encore plus proche l'un de l'autre :



13. Déterminer le nombre de tour maximal N_V de la vis.

$$N_V = \frac{0,6}{10 \cdot 10^{-3}} = \boxed{60 \text{ tours}}$$

14. Déterminer le nombre de tour maximal N_{P1} de l'arbre d'entrée du réducteur 52.

$$N_{P1} = \frac{N_V}{5} = \boxed{12 \text{ tours}}$$

15. En déduire le nombre maximal de tour N_m de l'arbre du moteur.

$$N_m = \frac{N_{P1}}{R1} = \boxed{1800 \text{ tours}}$$

16. En supposant que l'on utilise le capteur sur toute sa plage, déterminer le rapport de réduction R_2 du réducteur reliant la sortie du moteur à l'entrée du potentiomètre.

Il faut que l'entrée du capteur tourne de 10 tours au maximum lorsque le moteur tourne de N_m tours .

Il est donc nécessaire que : $R_2 = \frac{10}{1800} = \boxed{\frac{1}{180}}$

17. Déterminer le gain du capteur potentiométrique.

On utilise une plage de 24 V pour acquérir la position sur 10 tours. On a donc :

$$K_2 = \frac{24}{2 \cdot \pi \cdot 10} = \boxed{0,382 \text{ V/rad}}$$

18. En déduire le gain K_1 du régulateur connaissant la valeur de K_{BO} déterminée à la question 9.

On a, d'après la question 9 : $K_{BO} = K_1 \cdot K_2 \cdot R_2 \cdot K_m$

Donc : $K_1 = \frac{K_{BO}}{K_2 \cdot R_2 \cdot K_m} = \boxed{235,6}$

19. Déterminer l'erreur de traînage et conclure vis-à-vis du cahier des charges.

La FTBO est de classe 1, l'erreur de traînage est donc finie mais non nulle.

Le critère du cahier des charges n'est pas respecté, l'exigence de précision n'est donc pas totalement vérifiée.